

PUBLICACIONES

PISA 2012
Serie de Evaluaciones
y Factores Asociados

EQUIDAD
DISPOSICIONES
CREENCIAS
INVOLUCRAMIENTO
APRENDIZAJE
GÉNERO
CLIMA DE AULA
ENSEÑANZA
CURRÍCULO

La competencia matemática en estudiantes peruanos de 15 años

Predisposiciones de los estudiantes y sus
oportunidades para aprender en el marco de PISA 2012

PUBLICACIONES

PISA 2012
Serie de Evaluaciones
y Factores Asociados

EQUIDAD
DISPOSICIONES
CREENCIAS
INVOLUCRAMIENTO
APRENDIZAJE
GÉNERO
CLIMA DE AULA
ENSEÑANZA
CURRÍCULO

La competencia matemática en estudiantes peruanos de 15 años

Predisposiciones de los estudiantes y sus
oportunidades para aprender en el marco de PISA 2012



PERÚ

Ministerio
de Educación

Jaime Saavedra Chanduvi

Ministro de Educación

Juan Pablo Silva Macher

Viceministro de Gestión Institucional

Flavio Figallo Rivadeneyra

Viceministro de Gestión Pedagógica

Jorge Manuel Mesinas Montero

Secretario de Planificación Estratégica

Liliana Miranda Molina

Jefa de la Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes

La competencia matemática en estudiantes peruanos de 15 años. Predisposiciones de los estudiantes y sus oportunidades para aprender en el marco de PISA 2012

Coordinadora del estudio:

Giovanna Moreano Villena

Responsables del estudio:

Pedro Garret Vargas

Isabel Mollá Salas

Giovanna Moreano Villena

Asesor del estudio:

Fernando Andrade Adaniya

Participaron en la revisión del estudio:

José Carlos Loyola Ochoa

María Elena Marcos Nicho

Juan Carlos Saravia Drago

Participaron en diferentes etapas del estudio:

Karim Boccio Zúñiga

Andrés Burga León

Olimpia Castro Mora

Andrés Christiansen Trujillo

Milagros Terrones Paredes

Corrección de estilo: Martín Cuesta Escobedo

Diagramación: Alejandra Palacios Pérez

© Ministerio de Educación del Perú, 2016

Calle del Comercio 193, San Borja. Lima, Perú.

Teléfono: 615-5800

www.minedu.gob.pe

En el presente documento, se utilizan de manera inclusiva términos como “el docente”, “el estudiante” y sus respectivos plurales (así como otras palabras equivalentes en el contexto educativo) para referirse a hombres y mujeres. Esta opción se basa en una convención idiomática y tiene por objetivo evitar las formas para aludir a ambos géneros en el idioma castellano (“o/a”, “los/las” y otras similares), debido a que implican una saturación gráfica que puede dificultar la comprensión lectora.

Tabla de contenidos

Presentación.....	9
Capítulo 1. La competencia matemática de los estudiantes peruanos: realidades y desafíos	11
Capítulo 2. Metodología	15
2.1 Participantes	15
2.2 Variables	15
2.3 Procedimiento y análisis estadístico	18
Capítulo 3. Las brechas de equidad en el desarrollo de la competencia matemática	21
3.1 Brechas de equidad en la competencia matemática de acuerdo con las características del estudiante	21
3.2 Brechas de equidad en la competencia matemática de acuerdo con las características de la IE	25
Capítulo 4. Disposiciones, creencias y participación, e involucramiento hacia la Matemática	29
4.1 Disposiciones	30
4.2 Creencias y participación	33
4.3 Involucramiento	36
Capítulo 5. Oportunidades de aprendizaje en Matemática	39
5.1 Cobertura curricular	40
5.2 Facilitadores del aprendizaje	42
Capítulo 6. Efecto de las disposiciones, las creencias sobre sí mismo, las oportunidades de aprendizaje y la brecha de género sobre la competencia matemática	51
6.1 Modelos de factores asociados a la competencia matemática	51
6.2 Brecha de género en la competencia matemática	56
Capítulo 7. Discusión y recomendaciones.....	63
Referencias	69
Anexos	79
Anexo A. Estructura de formas rotadas del cuestionario de estudiante PISA 2012.....	79
Anexo B. Procedimiento y análisis estadístico.....	80
Anexo C. Informe técnico de los factores utilizados en el estudio	83

Presentación

En PISA 2012 se evaluó la capacidad de los estudiantes peruanos para afrontar situaciones matemáticas cotidianas y desafíos que les plantea la sociedad actual, de modo que puedan tener una participación activa en esta. Los resultados muestran las limitaciones de los estudiantes peruanos en el desarrollo de la competencia matemática, que han sido evidenciadas en anteriores evaluaciones nacionales e internacionales en distintos grados y niveles educativos. La importancia que la competencia matemática tiene para el desarrollo personal y social de los estudiantes demanda contar con información y desarrollar acciones sobre la base de aquella, con el objetivo de mejorar los procesos de enseñanza-aprendizaje de la matemática en las escuelas de nuestro país.

En ese sentido, el presente estudio amplía los hallazgos sobre la competencia matemática descritos en “PISA 2012: Primeros Resultados. Informe Nacional del Perú”, documento publicado por la Oficina de la Medición de la Calidad de los Aprendizajes (UMC) el 2013, y se propone identificar los principales factores que se asocian con el desarrollo de la competencia matemática de nuestros estudiantes próximos a concluir la educación básica obligatoria. Por ello, factores individuales y escolares, que involucran características de diferentes actores educativos, son analizados a lo largo de los siete capítulos que conforman el presente informe.

En el primer capítulo se presenta la justificación del estudio, así como los objetivos de investigación. En el segundo capítulo se detalla la metodología realizada para responder a tales objetivos, describiendo a los participantes, las variables incluidas y la estrategia analítica adoptada.

En el tercer capítulo se comparan los resultados de la competencia matemática alcanzada por los estudiantes peruanos de acuerdo con su género y con la gestión de la escuela a la que asisten. Estas comparaciones se realizan para una serie de indicadores que caracterizan tanto a los estudiantes como a las escuelas.

El cuarto capítulo se centra en variables relacionadas con aspectos afectivos de los estudiantes, como las disposiciones, creencias y participación, e involucramiento que demuestran hacia la matemática. En ese marco, se analizan las diferencias de cada una de estas dimensiones por género del estudiante y por gestión de la escuela. El quinto capítulo se enfoca más en los procesos pedagógicos que se desarrollan en el aula mediante las oportunidades de aprendizaje que reciben los estudiantes y otras variables que facilitan el aprendizaje. Al igual que en el capítulo anterior, las comparaciones de estas dimensiones se realizan por género del estudiante y por gestión de la escuela.

En el sexto capítulo se muestran los resultados que integran las variables descritas en los tres capítulos anteriores mediante modelos de factores asociados a la competencia matemática. También se presentan análisis complementarios que consideran la brecha de género en el rendimiento matemático de los estudiantes peruanos.

En el séptimo y último capítulo se discuten los principales hallazgos del presente estudio, identificando limitaciones y lineamientos para futuras investigaciones. Con ello, se pretende contribuir con información pertinente para la toma de decisiones y para el planteamiento de políticas que permitan el desarrollo de la competencia matemática en los estudiantes peruanos a lo largo de su escolaridad.

Finalmente, es necesario mencionar que para la elaboración de este informe se contó con la asesoría del Dr. Fernando Andrade, la que fue posible a través del apoyo del Proyecto Fortalecimiento de la Gestión de la Educación en el Perú (FORGE); este es implementado por el Grupo de Análisis para el Desarrollo (GRADE) con fondos otorgados por el gobierno de Canadá a través de su Ministerio de Asuntos Exteriores, Comercio y Desarrollo (Proyecto A034597).

Capítulo 1

La competencia matemática de los estudiantes peruanos: realidades y desafíos

Aunque en los últimos años se han presentado algunas mejoras en el desarrollo de la competencia matemática de los estudiantes peruanos, gran parte de estos todavía no logra alcanzar los aprendizajes matemáticos esperados para su edad o para el grado escolar que cursan. Esto representa un gran desafío, sobre todo porque dicha dificultad se extiende a lo largo de las trayectorias escolares de los estudiantes, quienes estarían concluyendo su educación básica sin un adecuado desarrollo de esta competencia fundamental (Consejo Nacional de Educación, 2015; Ministerio de Educación del Perú – Unidad de Medición de la Calidad Educativa, 2013).

Estas dificultades para desarrollar la competencia matemática se reflejan en las evaluaciones nacionales e internacionales de rendimiento matemático realizadas en los últimos años. Por ejemplo, las Evaluaciones Censales de Estudiantes (ECE), implementadas para el segundo grado de primaria desde el 2007, han mostrado que un reducido porcentaje de estudiantes logra desarrollar las bases para la comprensión del número y para la resolución de situaciones matemáticas variadas: en el 2015, solo el 26,6 % de estudiantes logró ubicarse en el nivel de desempeño más alto (Ministerio de Educación del Perú – Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes, 2016b). De manera similar, la Evaluación Muestral 2013 (EM) aplicada a estudiantes de sexto grado de primaria permitió identificar que solo el 16,0 % de ellos maneja de manera eficaz los conocimientos y capacidades matemáticas que les permiten resolver problemas en distintos contextos, empleando estrategias adecuadas y representando correctamente diversos objetos matemáticos (Ministerio de Educación del Perú – Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes, 2015c). Estos resultados concuerdan con lo obtenido por el Tercer Estudio Regional Comparativo y Explicativo (TERCE), en donde el 33,3 % y el 19,9 % de los estudiantes de tercer y sexto grado de primaria, respectivamente, logra alcanzar los niveles de desempeño más altos (Organización de las Naciones Unidas para la Educación la Ciencia y la Cultura, 2015).

En el nivel secundario, el panorama no es muy diferente y los resultados de las evaluaciones sugieren que las dificultades en el logro de aprendizajes matemáticos de los estudiantes se extienden hasta los grados finales de la Educación Básica Regular (EBR). Por ejemplo, la ECE 2015 permitió identificar que solo el 9,5 % de estudiantes de segundo grado de secundaria alcanzó los aprendizajes matemáticos esperados (Ministerio de Educación del Perú – Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes, 2016a).

Estos resultados se complementan con lo encontrado por el Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes 2012 (PISA), los cuales revelaron que un bajo porcentaje (0,5 %) de los estudiantes evaluados pudo alcanzar los niveles más altos de desempeño; esto contrasta con que 74,6 % de ellos aún no demuestra suficiencia para integrar información ni para manejarla con flexibilidad en la resolución de problemas matemáticos. Lo expuesto implica que los estudiantes peruanos próximos a concluir su educación básica tienen inconvenientes para usar el conocimiento matemático en situaciones que simulan la vida cotidiana; en cambio, sus habilidades parecieran restringirse a situaciones que solo les exigen recordar y emplear reglas y procedimientos mecánicos (Ministerio de Educación del Perú – Unidad de Medición de la Calidad Educativa, 2013).

1

Estos resultados se tornan mucho más críticos en algunos subgrupos de la población escolar, lo que refleja que aún existe una distribución inequitativa de las oportunidades educativas relacionadas con los procesos de enseñanza-aprendizaje de la matemática. Las evaluaciones mencionadas han reportado sistemáticamente diferencias en el rendimiento de los estudiantes de acuerdo con características inherentes a los estudiantes (como su género, su lengua materna y sus aspectos familiares), con características estructurales de las escuelas a la que asisten (como su tipo de gestión y el área geográfica de ubicación), así como con otros factores vinculados con los diversos actores educativos (Ganimian, 2015; Ministerio de Educación del Perú – Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes, 2015c, 2016b). Asimismo, es importante considerar que estas diferencias en los logros de aprendizaje matemático en distintas subpoblaciones están estrechamente asociadas con las condiciones socioeconómicas de los estudiantes y sus contextos (Cueto, León y Miranda, 2015; Ministerio de Educación del Perú – Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes, 2015c).

Un caso particular de inequidad corresponde a las diferencias en el rendimiento matemático según el género del estudiante. Aunque los resultados suelen favorecer generalmente a los estudiantes varones, en el Perú la distribución de estas diferencias no es uniforme en los diferentes niveles de escolaridad. Concretamente, la brecha de género en Matemática no es tan amplia en los primeros grados de escolaridad (Ministerio de Educación del Perú – Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes, 2016b), pero se amplía hacia finales del nivel primario (Ministerio de Educación del Perú – Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes, 2015c; Organización de las Naciones Unidas para la Educación la Ciencia y la Cultura, 2015) y se acentúa progresivamente en el nivel secundario hasta concluir la escolaridad básica. En este contexto, cabe resaltar que Perú es uno de los países que muestra mayores brechas por género en el rendimiento de matemática en el nivel secundario, donde las estudiantes mujeres suelen presentar menores logros de aprendizaje que sus pares hombres (Organisation for Economic Co-operation and Development, 2013e).

Todas estas evidencias son preocupantes si se considera cómo se espera que los estudiantes peruanos concluyan su educación básica. Las limitaciones identificadas en su desarrollo de la competencia matemática podrían restringir su desenvolvimiento personal y académico, así como el progreso y el bienestar de la sociedad en su conjunto, limitando el ejercicio de una ciudadanía intercultural responsable y, en general, el desarrollo como sociedad democrática, generadora de innovación y de crecimiento económico basado en el desarrollo de la ciencia y de la tecnología (Bolívar, 2009; Consejo Nacional de Educación, 2007; Hanushek, 2009; Organización de las Naciones Unidas, 2011; Valverde y Näslund-Hadley, 2010).

En los aspectos personal y académico, el desarrollo de la competencia matemática favorece el pensamiento formal mediante la simbolización, el establecimiento de conexiones entre distintos hechos y la abstracción. Esto permite que, ante una situación real, esta se pueda apreciar, comprender, utilizar y profundizar (generando conocimiento) a través de la realización de descripciones, valoraciones (sugerencias y críticas), mejoras, generalizaciones y aplicaciones de diverso tipo (tecnológicas, artísticas, deportivas, etc.). Asimismo, en el desarrollo y ejercicio de la competencia matemática se movilizan facultades que permiten imaginar lo que puede ocurrir (hipotetizar), encontrar evidencias o razones para asumir una determinada postura (argumentar) o ser creativos e ingeniosos al solucionar una dificultad (matematizar). Esto posibilita el desarrollo de valores y de actitudes tales como la perseverancia, la curiosidad, la autoconfianza, entre otras, que son útiles más allá del propio campo de la matemática. De esta manera, el ejercicio y el logro de la competencia matemática brinda a los estudiantes el acceso a una variedad de oportunidades para el desenvolvimiento de su vida presente y futura en diversos campos (De Guzmán, 1997; National Council of Teachers of Mathematics, 2005).

Respecto del progreso de la sociedad, el desarrollo de la competencia matemática es necesario para la comprensión, la reflexión, la postura crítica, y la participación activa y propositiva en un mundo en incesante cambio con presencia creciente de la Matemática; esta presencia se expresa en la tecnología usada diariamente por los ciudadanos, profesionales y científicos, en la expansión de la información cuantificada en los medios como la prensa y las redes sociales, así como en la planificación, la reconstrucción de la realidad y las decisiones globales frente a problemas de todo tipo, tomadas a partir de descripciones realizadas con conocimientos matemáticos (números, formas, relaciones, argumentos, pruebas, etc.). Ante este entorno, desarrollar la competencia matemática de manera insuficiente conduciría a una sociedad donde lo ofrecido como información, tecnología y solución a los problemas sea percibido y adoptado pasivamente, sin reconocer las limitaciones y las consecuencias generadas para determinada parte de la población en el presente, así como para generaciones futuras (Goñi, 2008; Skovmose, 1997; Valero y Skovmose, 2012; Valero, 2006).

Dada la importancia del desarrollo de la competencia matemática y los bajos resultados mostrados consistentemente por los estudiantes peruanos en diferentes etapas de su trayectoria educativa, resulta clave comprender los diferentes elementos que intervienen en el logro de los aprendizajes matemáticos para poder intervenir sobre ellos y revertir esta tendencia. De lo contrario, muchos estudiantes seguirán concluyendo la educación básica sin desarrollar las habilidades matemáticas necesarias para afrontar los desafíos que se les presenten en su vida personal y profesional.

Al respecto, la literatura actual sobre enseñanza y aprendizaje de la matemática ha identificado algunos elementos necesarios para el desarrollo de esta competencia, los cuales han sido sistemáticamente asociados a los resultados académicos en esta área. Por ejemplo, el desarrollo de la competencia matemática requiere del involucramiento del estudiante en este proceso, pues el aprendizaje y la enseñanza de calidad no podrán darse en condiciones óptimas a menos que los estudiantes demuestren voluntad e interés por aprender (Fenstermacher y Richardson, 2005). En esa línea, existen diferentes evidencias de que la motivación del estudiante, las creencias que tiene sobre sí mismo y sobre su desempeño en matemática, así como su involucramiento con la escuela, influyen en el desarrollo de sus aprendizajes y en su logro académico. Estos factores inciden en la seguridad que el estudiante pueda tener sobre su propia habilidad y en la persistencia que demuestre al enfrentar tareas académicas de matemática que le resultan difíciles (Jacinto y Terigi, 2007; Organisation for Economic Co-operation and Development, 2013d; Pintrich y De Groot, 1990).

Además, para lograr la comprensión conceptual de la matemática y facilitar su aplicabilidad a la vida cotidiana, es necesario que durante el proceso de enseñanza-aprendizaje el estudiante esté expuesto a diversas situaciones que faciliten aprendizajes de tipo extensivo, integrador y generador de otros aprendizajes (Kirby y Lawson, 2012). Estas situaciones son concebidas como oportunidades de aprendizaje, las cuales incluyen la cobertura curricular, las actividades planteadas por el docente, la demanda que implica la realización de cada una de estas, las evaluaciones, el clima de enseñanza, entre otros (Fenstermacher y Richardson, 2005; Organisation for Economic Co-operation and Development, 2013e; Schmidt y Maier, 2009).

En este contexto, el presente estudio utiliza el marco conceptual y los instrumentos de la evaluación PISA 2012¹, para analizar la situación de la competencia matemática y los posibles factores que se asocian a su desarrollo, en los estudiantes peruanos próximos a concluir su educación básica obligatoria. Es importante señalar que en esta evaluación se definió a la competencia matemática como "la capacidad individual para formular, emplear e interpretar la matemática en una variedad de contextos. Incluye razonar matemáticamente y usar conceptos, procedimientos, datos y herramientas matemáticas para describir, explicar y predecir fenómenos.

1 Para mayor información sobre los resultados de los estudiantes peruanos en la evaluación PISA 2012, se recomienda revisar el Informe Nacional PISA 2012 (Ministerio de Educación del Perú – Unidad de Medición de la Calidad Educativa, 2013).

Ayuda a los individuos a reconocer el rol que desempeñan las matemáticas en el mundo y a emitir juicios y decisiones bien fundadas requeridos por los ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos" (Organisation for Economic Co-operation and Development, 2013e, p. 37).

Como se sabe, PISA es una evaluación diseñada para países desarrollados y, por lo tanto, los resultados pueden verse afectados por las diferencias en las economías de los países que pertenecen a la OECD (quienes son los que más riqueza por habitante tienen) y aquellos que no, ya que se encontraría heterogeneidad en el producto bruto interno de cada país y la inversión que realizan en sus sistemas educativos (Ministerio de Educación del Perú – Unidad de Medición de la Calidad Educativa, 2013; Organisation for Economic Co-operation and Development, 2013e). A pesar de ello, los resultados permiten evidenciar los retos que tiene el país sobre la mejora de los aprendizajes matemáticos de nuestros estudiantes. Además, teniendo en cuenta que PISA 2012 tuvo como énfasis la competencia matemática, la información disponible se constituye en una buena oportunidad para investigar sobre elementos que no suelen ser muy estudiados, como el involucramiento de los estudiantes en el aprendizaje de la matemática y las situaciones matemáticas a las que están expuestos en la escuela, pero que inciden en los logros de aprendizaje de los estudiantes en dicha área (Rivas, 2015).

En este sentido, la presente investigación intenta comprender qué factores se asocian con el desarrollo de la competencia matemática de los estudiantes peruanos próximos a concluir la educación secundaria. Para responder a este objetivo general se abordarán los siguientes objetivos específicos:

- Describir las brechas en el desarrollo de la competencia matemática según las características de los estudiantes y las escuelas a las que asisten.
- Identificar de qué manera las disposiciones, creencias, participación e involucramiento de los estudiantes, así como las oportunidades de aprendizaje que les brindan podrían influir en el desarrollo de la competencia matemática.
- Analizar los mecanismos que explicarían las brechas de género en el desarrollo de la competencia matemática.

Es importante puntualizar que la atención al último objetivo específico responde a la necesidad de comprender de manera más profunda las diferencias en el desarrollo de la competencia matemática, desfavorables a las estudiantes mujeres. Por ese motivo, se examinaron los aspectos estructurales de nuestro sistema educativo, del proceso de enseñanza-aprendizaje y las características de las estudiantes mujeres que revelarían la existencia de brechas en el rendimiento matemático según género.

Al momento de responder a los objetivos mencionados, este estudio tiene como propósito contribuir con información necesaria para la toma de decisiones y para el planteamiento de políticas que impulsen el desarrollo de la competencia matemática en los estudiantes peruanos a lo largo de su escolaridad, realizando análisis sólidos que permitan generar evidencias e integrar información sobre este fenómeno.

Capítulo 2

Metodología

2.1 Participantes

La población objetivo de los estudios de PISA está conformada por estudiantes de quince años que se encuentran cursando algún grado de educación secundaria o su equivalente. Con el fin de realizar las estimaciones correspondientes a la competencia matemática para estudiantes de esta población, se realizó un muestreo por conglomerado y estratificado que permitió contar con una muestra representativa nacional de 6 035 estudiantes registrados en 240 instituciones educativas (Ministerio de Educación del Perú – Unidad de Medición de la Calidad Educativa, 2013; Organisation for Economic Cooperation and Development, 2013e).

De la muestra de estudiantes evaluados en PISA 2012, el 48,6 % fueron varones y el 51,4 % fueron mujeres; el 93,6 % tenía lengua castellana como lengua materna y el 6,4 % tenía otra lengua materna. Asimismo, el 71,4 % de los estudiantes participantes de la evaluación no presentan atraso escolar, es decir, tienen la edad normativa para el grado escolar que cursan; por el contrario, el 28,6 % de estudiantes se encontraba fuera de este rango al momento de ser evaluado y presentan atraso escolar. También se encontró que el 13,8 % de estudiantes no asistió a educación inicial, el 61,1 % asistió un año o menos a educación inicial y el 25,1 % tuvo experiencia asistiendo más de un año a educación inicial. Respecto de los indicadores de repetición, se encontró que el 72,5 % de los estudiantes reportó no haber repetido de grado mientras que el 27,5 % señaló haber repetido de grado alguna vez. Finalmente, el 83,0 % de los estudiantes señalaron tener una familia biparental y el 17,0 % señaló vivir solo con la madre o con el padre.

Acerca de las características de las escuelas a las que asisten los estudiantes, se tiene que el 66,9 % de escuelas son de gestión pública y el 33,1 % son de gestión privada. También se reportó que el 50,5 % fueron escuelas pequeñas, el 33,5 % fueron escuelas medianamente pequeñas y el 16,0 % fueron escuelas grandes o medianamente grandes². Asimismo, respecto de la proporción de estudiantes mujeres por escuela, se encontró que el 96,2 % de las IE contaba con una baja o mediana proporción de mujeres, mientras que el 3,8 % tenía una alta proporción³.

2.2 Variables

En el presente estudio se empleó como variable de criterio la competencia matemática demostrada por los estudiantes peruanos en PISA 2012. El modelo de evaluación de PISA no considera una sola medida de la competencia matemática de los estudiantes, sino que emplea la técnica de valores plausibles para realizar estimaciones más confiables y eficientes a nivel poblacional⁴.

2 Los criterios para categorizar a las IE según su tamaño estuvieron en función a la cantidad de estudiantes matriculados: grande o medianamente grande mayor o igual a 575 estudiantes; medianamente pequeño entre 150 y 574 estudiantes; y pequeño menor a 150 estudiantes.

3 Se consideró a instituciones con alta proporción de mujeres a aquellas donde 2/3 o más de sus estudiantes matriculados eran mujeres. Es importante aclarar que la incorporación de esta variable no ha tenido como objetivo comparar la competencia matemática entre escuelas de un solo género y escuelas mixtas.

4 Para obtener más información sobre los valores plausibles, se debe revisar el Informe Nacional de PISA 2012 (Ministerio de Educación del Perú – Unidad de Medición de la Calidad Educativa, 2013).

Por otro lado, se consideraron como predictores tres grupos de variables: variables relacionadas con información sociodemográfica del estudiante y de la escuela; variables de disposiciones, creencias y participación e involucramiento del estudiante respecto de la matemática; y variables de oportunidades de aprendizaje en matemática percibidas por los estudiantes. La tabla 2.1 muestra las variables empleadas a nivel de estudiante y la tabla 2.2 las que corresponden al nivel de la escuela; además, para cada variable se presenta una pequeña descripción, ampliada en los capítulos siguientes. Cabe mencionar que gran parte de las variables empleadas son continuas y representan puntajes factoriales, cuya construcción se explica brevemente en el siguiente apartado.

Tabla 2.1 Variables predictoras relacionadas con el estudiante

Variable	Descripción
Características generales del estudiante	
Género	1 = Mujer 0 = Hombre
Lengua materna	1 = Castellano 0 = Otra lengua
Estructura familiar	1 = Monoparental 0 = Biparental
Educación inicial	1 = Más de un año de educación inicial 0 = No ha tenido más de un año de educación inicial
	1 = Un año o menos de educación inicial 0 = No ha tenido un año o menos de educación inicial
Repetición	1 = No ha tenido educación inicial 0 = Sí ha tenido educación inicial (un año o menos, o más de un año)
	1 = Sí repitió 0 = No repitió
Atraso escolar	1 = No atraso escolar 0 = Atraso escolar
Riqueza en el hogar ^a	Puntaje factorial que consideró algunas posesiones del hogar del estudiante, tales como tener un cuarto propio, acceso a internet y bienes muebles.
Disposiciones	
Motivación intrínseca	Puntajes factoriales que reflejan el grado de interés demostrado por los estudiantes frente al área de Matemática, así como su disposición para implicarse y perseverar en las tareas vinculadas con dicha área. Descripciones más detalladas pueden encontrarse en la tabla 4.1.
Apertura a la resolución de problemas matemáticos	
Atribución al fracaso	
Perseverancia frente a tareas matemáticas	
Creencias y participación	
Ansiedad hacia la matemática	Puntajes factoriales que expresan el sistema de creencias de los estudiantes respecto a qué tan competentes se conciben frente a tareas matemáticas, asociado al grado de importancia que le otorgan a dicha área curricular. Descripciones más detalladas pueden encontrarse en la tabla 4.2.
Autoeficacia matemática	
Autoconcepto matemático	
Normas amigos	
Participación en actividades matemáticas	

Variable	Descripción
<i>Involucramiento</i>	
Involucramiento	Puntaje factorial que representa la frecuencia con que los estudiantes asisten a la escuela, no llegan tarde o asisten a las clases de Matemática. Descripciones más detalladas pueden encontrarse en la tabla 4.3.
<i>Cobertura curricular</i>	
Experiencia con tareas de matemática aplicada	Puntajes factoriales que reflejan el grado de exposición que han tenido los estudiantes frente a diferentes conceptos, tareas y situaciones del área de Matemática, según lo estipulado en los documentos curriculares. Descripciones más detalladas pueden encontrarse en la tabla 5.1.
Experiencia con tareas de matemática formal	
Familiaridad con conceptos matemáticos ^a	
Exposición a problemas matemáticos aplicados	
Exposición a problemas matemáticos formales	
Exposición a problemas matemáticos de texto	
<i>Facilitadores del aprendizaje</i>	
Compromiso en la enseñanza de la matemática	Puntajes factoriales que representan las prácticas pedagógicas y el entorno de aprendizaje en el que se han desarrollado los diversos contenidos del área de Matemática. Descripciones más detalladas pueden encontrarse en las tablas 5.2 y 5.3.
Orientación en la enseñanza de la matemática (instrucción general)	
Orientación en la enseñanza de la matemática (evaluación formativa)	
Clima disciplinar	
Manejo de clase	
Apoyo del docente	
Relación docente-estudiante	

^a Este factor fue construido por la OECD.
Fuente: OECD Base de datos PISA 2012.
Elaboración propia.

Tabla 2.2 Variables predictoras relacionadas con la IE

Variable	Descripción
<i>Características generales de la escuela</i>	
Gestión de la IE	1 = Público 0 = Privado
Tamaño de la IE	1 = Grande o medianamente grande 0 = No es grande o medianamente grande
	1 = Medianamente pequeño 0 = No es medianamente pequeño
Proporción de mujeres en la IE	1 = Pequeño 0 = No es pequeño
	1 = Alta 0 = Baja o mediana
Computadoras con internet	Número de computadoras con internet en la IE
Autonomía escolar – asignación de recursos ^a	Puntaje factorial que examinó cuánto poder de decisión tenían el consejo educativo institucional, los directores o los mismos docentes para disponer de los recursos de la escuela de manera autónoma.

^a Estos factores fueron construidos por la OECD.
Fuente: OECD Base de datos PISA 2012.
Elaboración propia.

Es importante mencionar que la elaboración del cuestionario del estudiante de PISA 2012 empleó un diseño de bloques incompletos, lo que significa que no todos los estudiantes desarrollaron el mismo cuestionario. Este diseño implicó la organización de todas las variables a ser investigadas en tres bloques, distribuidos en tres formas del cuestionario del estudiante (forma A, B y C), incluyéndose solo dos bloques de variables en cada forma. Así, por ejemplo, los cuestionarios con la forma A y con la forma B comparten un bloque de variables que incluye autoeficacia y atribución al fracaso, pero la forma C no recogió información sobre estas variables. Todas las formas del cuestionario incluyeron una parte común que recogía información sociodemográfica del estudiante y su familia. Los estudiantes que participaron en PISA 2012 desarrollaron solo una forma del cuestionario. En el anexo A se muestran los bloques de variables contenidas en cada una de las formas del cuestionario del estudiante.

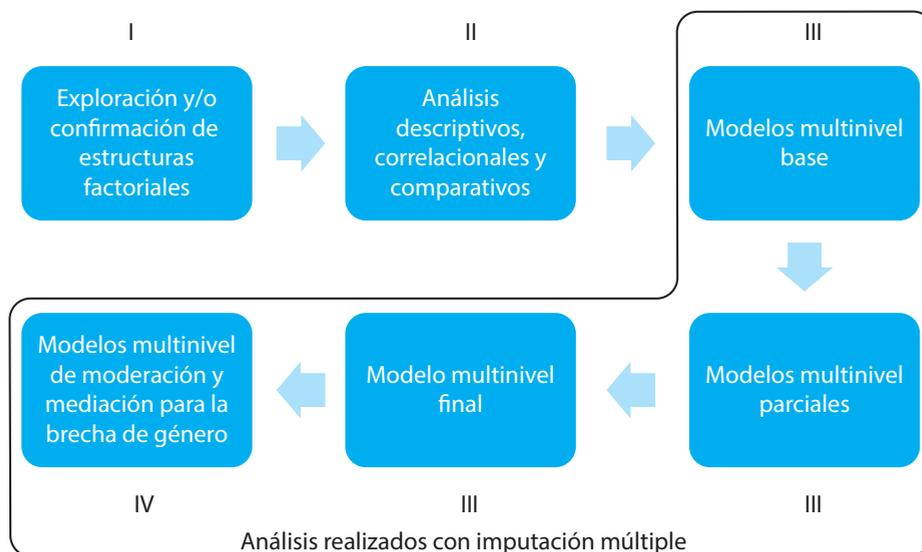
2.3 Procedimiento y análisis estadístico

La estrategia analítica del presente estudio se resume en cuatro etapas. A continuación se resume cada una de estas, aunque se recomienda revisar el anexo B para tener mayores detalles:

- La exploración y/o confirmación de las estructuras factoriales de las variables predictoras. Es importante mencionar que, si bien la OECD provee esta información para todos los países, se decidió analizar las estructuras latentes de la gran mayoría de las variables predictoras con el fin de contar con indicadores más ajustados a la población peruana. En el anexo C se presentan las tasas de respuesta a los ítems que forman parte de los constructos y la información psicométrica de cada uno de estos.
- La realización de análisis descriptivos, correlacionales y comparativos para explorar el comportamiento de la competencia matemática. Los análisis comparativos se realizaron para las variables que suelen mostrar diferencias en el rendimiento dentro de nuestro sistema educativo. Para ello, se analizó la distribución de los puntajes factoriales según género del estudiante y gestión de la institución educativa.
- La estimación de los modelos multinivel (base, parciales y finales) para analizar los efectos de las variables predictoras en la competencia matemática, así como las variaciones a nivel individual y escolar de la competencia matemática de los estudiantes.
- La estimación de los modelos multinivel de moderación y mediación para explorar de manera más detallada las brechas de género en la competencia matemática e identificar las variables que pueden potenciar o limitar el desarrollo de dicha competencia entre las estudiantes mujeres.

La secuencia de todos los procedimientos se especifica en el gráfico 2.1.

Gráfico 2.1. Secuencia de la estrategia analítica



Fuente: Elaboración propia.

Cabe mencionar que el diseño de bloques incompletos de los cuestionarios del estudiante, explicado anteriormente, originó que algunos análisis no se realizaran con toda la muestra, puesto que no todos los estudiantes fueron expuestos al mismo conjunto de ítems. Otro desafío, común en los estudios con bases de datos a gran escala, lo constituyó las tasas de no respuesta a los ítems del cuestionario, lo cual fue manejado usando procedimientos de imputación múltiple. Todos los análisis se realizaron usando el programa MPLUS versión 7, excepto el de imputación múltiple, que se realizó utilizando el programa SRCware.

En los siguientes capítulos se presentan los resultados de estos análisis de acuerdo con los objetivos del estudio.

Capítulo 3

Las brechas de equidad en el desarrollo de la competencia matemática

La equidad en el ámbito educativo supone que todos los estudiantes acceden a las mismas oportunidades educativas de tal modo que pueden tener éxito independientemente de su género, origen familiar, características de su escuela, nivel socioeconómico (NSE), entre otros (Congreso de la República del Perú, 2003; Organisation for Economic Co-operation and Development, 2013a). La equidad educativa, en el caso peruano, está considerada como uno de los objetivos del Proyecto Educativo Nacional (PEN), que se centra en el deber de otorgar a los estudiantes oportunidades y resultados educativos de igual calidad para todos (Consejo Nacional de Educación, 2007).

Sin embargo, a pesar de los esfuerzos que el Estado ha realizado en los últimos años, la educación en el Perú se encuentra aún lejos de alcanzar los niveles de equidad deseados, debido a que todavía se encuentran diferencias importantes en los resultados educativos según características geográficas, culturales y socioeconómicas (Consejo Nacional de Educación, 2007). Así, existe un grupo de estudiantes en situación de desventaja que no solo provienen de hogares y contextos desfavorecidos, sino que también suelen acudir a escuelas con condiciones desfavorables que no les brindan adecuadas oportunidades de aprendizaje, resultando en un pobre desarrollo de sus competencias fundamentales (Cueto et ál., 2015).

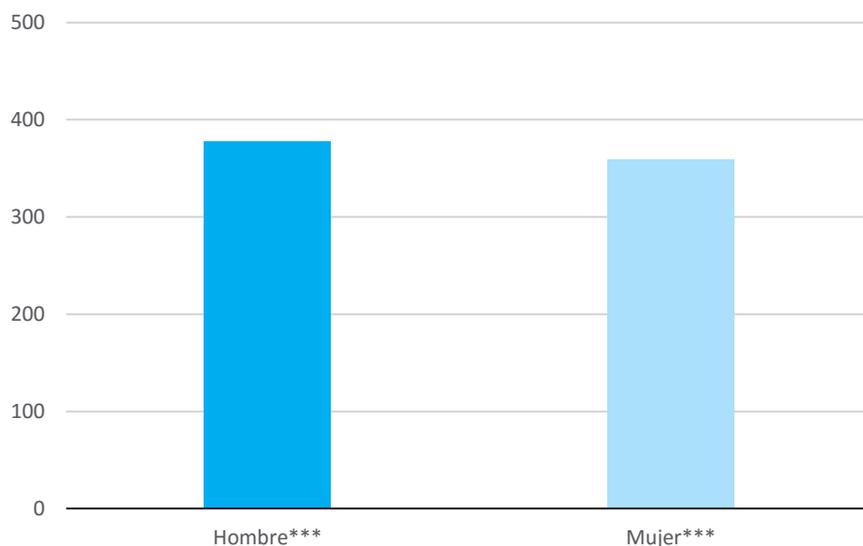
En el presente capítulo se presentará una revisión de los principales factores individuales y escolares que suelen vincularse con brechas en el rendimiento. Además, se examinará la relación entre estos factores con los resultados de los estudiantes peruanos en la prueba de Matemática de PISA 2012. Para ello, primero se describe el resultado de la competencia matemática de los estudiantes peruanos de acuerdo con las variables que pertenecen al nivel del estudiante y se complementará la información desagregando los resultados según el género del estudiante. Posteriormente, se presentarán estos resultados considerando las variables a nivel de escuela y se desagregarán por tipo de gestión de la IE. En ambos casos, cuando sea pertinente, se compararán estos resultados con la media nacional de competencia matemática obtenida en PISA 2012 ($M = 368$, $DE = 84$)⁵.

3.1 Brechas de equidad en la competencia matemática de acuerdo con las características del estudiante

Como se puede observar en el gráfico 3.1, hay diferencias significativas en el puntaje obtenido en la prueba de matemática de PISA 2012 de acuerdo con el género del estudiante. De esta manera, se encontró que los estudiantes hombres obtienen, en promedio, 18 puntos más en la prueba de competencia matemática en comparación con sus pares mujeres.

5 Si bien los datos obtenidos en PISA son muestrales y, por ello, las estimaciones poblacionales de los resultados están sujetas a un margen de error, los análisis presentados en los capítulos 3, 4 y 5 solo emplean descriptivos de la muestra de estudiantes evaluados. Es recién en el capítulo 6 donde se estiman los modelos de factores asociados a la competencia matemática incorporando el diseño muestral para expandir los resultados a nivel nacional.

Gráfico 3.1. Medida promedio en Matemática según género del estudiante



Nota: *** $p < 0,001$

Fuente: OECD Base de datos PISA 2012.

Elaboración propia.

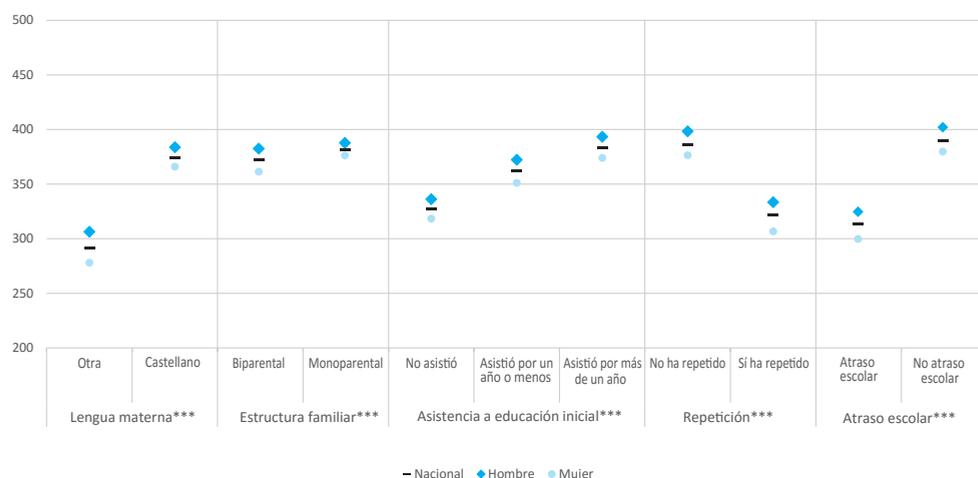
Diversas razones se plantean para explicar estas diferencias. Por ejemplo, Gunzelmann y Connell (2006) sostienen que las brechas de rendimiento según género son complejas de explicar y podrían estar influenciadas por factores relacionados con expectativas sociales y estereotipos construidos comúnmente según el género de los estudiantes. Por su parte, Kimura (1992) argumenta que esas diferencias en el rendimiento podrían guardar relación con la creencia de que los hombres cuentan con una capacidad más desarrollada para ejecutar tareas no verbales, mientras que las mujeres muestran una mayor habilidad para realizar actividades verbales.

La diferencia en el rendimiento matemático entre hombres y mujeres puede ser explicada desde diferentes perspectivas; sin embargo, lo que resulta claro es la necesidad de que se reduzca la brecha de equidad de acuerdo con el género del estudiante. En los capítulos siguientes se analiza en detalle algunas variables que podrían explicar estas diferencias.

Los resultados de PISA 2012 también muestran que las diferencias en el desarrollo de la competencia matemática según género se mantienen en función de otras características de los estudiantes, como se muestra en el gráfico 3.2.

Los estudiantes que indicaron tener una lengua materna distinta al castellano, obtuvieron puntajes estadísticamente significativos más bajos en la prueba de Matemática que los obtenidos por estudiantes de habla castellana. Al analizar los resultados a nivel descriptivo, se encontró que la diferencia en el puntaje promedio entre los estudiantes de habla castellana y los que tienen una lengua materna diferente a esta es de 83 puntos, a favor de los primeros. Adicionalmente, al desagregar los resultados por género, se observa el mismo patrón antes descrito, aunque las diferencias en la competencia matemática entre hombres y mujeres tienden a ser mayores cuando los estudiantes tienen una lengua materna distinta al castellano (Ver gráfico 3.2).

Gráfico 3.2. Medida promedio en Matemática de acuerdo con las variables del nivel estudiantil, desagregadas por género



Nota 1: *** $p < 0,001$

Nota 2: Las diferencias significativas en la competencia matemática de los estudiantes se presentan entre las categorías de cada variable, y también entre hombres y mujeres dentro de cada categoría de cada variable.

Fuente: OECD Base de datos PISA 2012.

Elaboración propia.

Estas diferencias evidenciadas de acuerdo con el tipo de lengua materna son consistentes con lo encontrado en las diferentes evaluaciones nacionales donde los estudiantes cuya lengua materna no es el castellano resultan desfavorecidos en sus aprendizajes (Ministerio de Educación del Perú – Oficina de Medición de la Calidad Educativa, 2013). Más aún, los resultados de PISA 2012 sugieren que esta diferencia se estaría extendiendo hasta los grados superiores de la educación secundaria.

En esta evaluación también se indagó sobre la composición familiar de los estudiantes. Para el caso peruano, aquellos que tienen una estructura familiar monoparental muestran puntajes ligeramente mayores que aquellos que tienen una composición familiar diferente, por ejemplo, biparental (Ver gráfico 3.2). Adicionalmente, las mujeres suelen obtener puntajes más bajos que los varones sin importar la composición de sus familias.

Estos resultados no concuerdan con lo señalado en la literatura especializada y según lo evidenciado en los demás países que participaron en la evaluación PISA 2012 (Organisation for Economic Co-operation and Development, 2013c; Pong, 1997). Usualmente los estudiantes que provienen de una familia con una estructura monoparental tienden a mostrar un menor rendimiento en las evaluaciones estandarizadas, tanto en Comprensión lectora como en Matemática, además de tener menores probabilidades de terminar la secundaria y presentar problemas conductuales en comparación con los estudiantes con estructura familiar biparental. Para lograr una mejor comprensión de estos resultados, se hace necesario realizar estudios que analicen con mayor profundidad la composición familiar de los estudiantes.

Sobre la asistencia a educación inicial, se ha encontrado que existe una diferencia de 21 puntos en la prueba de matemática entre los estudiantes que han asistido a educación inicial por más de un año y aquellos que han acudido por un año o menos (Ver gráfico 3.2). Esta diferencia se amplía a 56 puntos cuando se los compara con los estudiantes que no han asistido a educación inicial. Cuando estas diferencias se analizan según el género del estudiante, se aprecia que los

varones presentan mejores resultados que sus pares mujeres en todos los casos. Esta situación expresa una desventaja educativa que se inicia a temprana edad (Downey, Von Hippel y Broh, 2004; Entwisle, Alexander y Olson, 1997; Mistry, Benner, Biesanz, Clark y Howes, 2010). Los hallazgos descritos muestran que la asistencia a la educación inicial es una base importante para el desarrollo de aprendizajes en grados superiores relacionados con la competencia matemática (Beltrán y Seinfeld, 2006; Currie y Thomas, 2000; Myers, 1992).

Los resultados de PISA 2012 también evidenciaron diferencias entre los estudiantes que repitieron algún grado escolar y quienes no lo hicieron, ya que estos últimos obtuvieron 65 puntos más que sus pares que repitieron alguna vez (Ver gráfico 3.2). Estos resultados no varían si se analizan por género del estudiante, pues tanto los hombres como las mujeres que no han repetido obtienen un puntaje por encima del promedio nacional en la prueba de matemática.

Diversas investigaciones indican que la repetición de grado no beneficia el aprendizaje ni contribuye a la culminación de los estudios porque, frente a las dificultades, el estudiante podría perder la motivación para continuar su escolaridad (Alexander, Entwisle y Dauber, 2003; Hauser, 2004; Jacob y Lefgren, 2009; Manacorda, 2012).

Otros estudios resaltan el costo, tanto educativo como económico, que implica la repetición. Por ello, es importante destinar recursos para que los estudiantes repitentes permanezcan dentro del sistema educativo brindándoles programas de recuperación para que mejoren sus aprendizajes (Organisation for Economic Co-operation and Development, 2011b; West, 2012). En todo caso, sin considerar el debate que estos resultados originen, es evidente la urgencia de que el sistema asegure que los estudiantes repetidores o en riesgo de repetir reciban las oportunidades de aprendizaje necesarias para la culminación satisfactoria de la educación básica.

Respecto del atraso escolar, los resultados de los estudiantes peruanos evaluados en PISA 2012 muestran que la diferencia entre quienes tienen una edad mayor en relación con el grado escolar que cursan y aquellos que sí se encuentran en la edad normativa adecuada para el grado es de 77 puntos, favoreciendo a estos últimos. Al desagregar los resultados por género, las estudiantes mujeres con atraso escolar obtienen puntajes más bajos en la prueba de matemática que los varones que están en la misma condición (Ver gráfico 3.2).

En el Perú, el porcentaje de estudiantes de secundaria con una edad mayor a la esperada para el grado normativo (extraedad) ha ido disminuyendo a lo largo del tiempo (Ministerio de Educación del Perú, 2015b). Sin embargo, los efectos perjudiciales del atraso escolar en el rendimiento siguen manteniéndose como lo demuestran estos hallazgos. Este grupo representa a potenciales estudiantes que podrían inclinarse a dejar la escuela, por lo que desde una perspectiva de equidad es necesario brindarles una atención debida para que concluyan sus estudios. Además, es importante considerar que si bien la extraedad suele relacionarse con el nivel socioeconómico del estudiante, también se vincula con el servicio que brindan las escuelas. Por ello, estas deben estar preparadas para poder revertir las desventajas académicas de los estudiantes con estas características y no seguir perpetuando las brechas (Cortez, 2001).

Por otro lado, para aproximarse al nivel socioeconómico de los estudiantes, en la evaluación PISA 2012 (Organisation for Economic Co-operation and Development, 2013c) se incluyó, entre otros aspectos, las posesiones del hogar del mismo. Estas permitieron generar el índice de riqueza familiar, el cual recoge información acerca de los recursos con los que cuenta el estudiante en su hogar (por ejemplo, tener un cuarto propio, acceso a internet, cantidad electrodomésticos y libros, etc.)⁶. Se halló una correlación positiva y significativa entre el nivel de riqueza familiar del estudiante y su rendimiento en la prueba de Matemática ($r = 0,45$, $p < 0,01$).

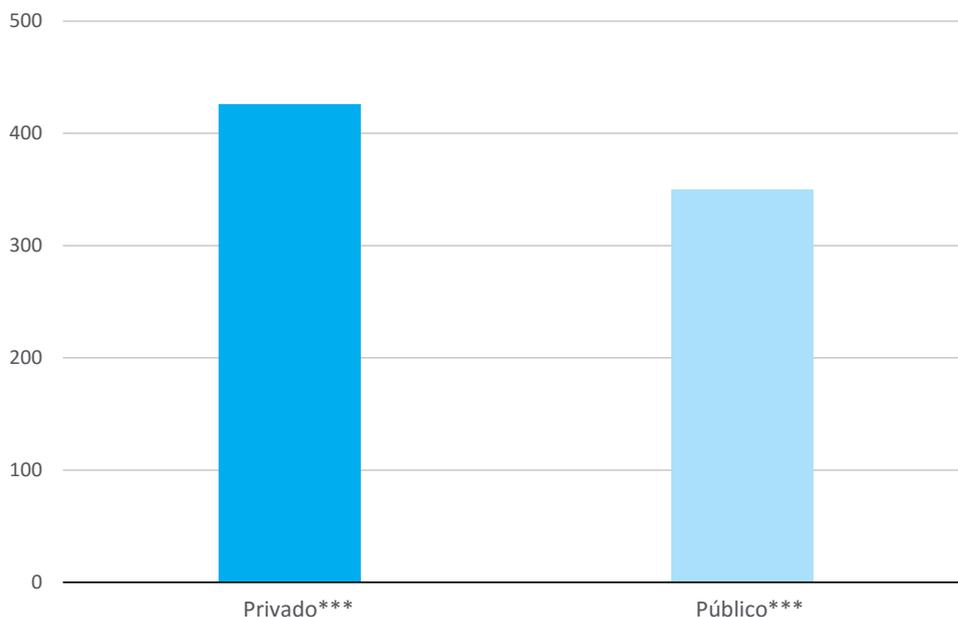
6 La OECD generó, para esta evaluación, un índice de estatus socioeconómico y cultural de los estudiantes (ESCS, por sus siglas en inglés). Sin embargo, este índice no funcionó de manera idónea en el caso peruano (Guadalupe y Villanueva, 2013; Ministerio de Educación del Perú – Unidad de Medición de la Calidad Educativa, 2013) por lo que, en este estudio, solo se utilizó la dimensión de posesiones del hogar. Es necesario mencionar que al no considerar variables como el nivel educativo o la ocupación de los padres, la medición de dicha variable podría no ser suficientemente robusta.

Este resultado coincide con investigaciones que también reconocen la relación positiva de los recursos económicos familiares sobre el desempeño escolar (Cueto, 2013; Mizala, Romaguera y Farren, 1997). Otras explicaciones refieren que a mayor poder adquisitivo de las familias, estas pueden invertir mayores recursos en bienes y servicios educativos, como libros, computadoras, clases de reforzamiento particulares, etc. (Oliver y Shapiro, 1997; Orr, 2003).

3.2 Brechas de equidad en la competencia matemática de acuerdo con las características de la IE

Las comparaciones de la competencia matemática en PISA 2012 reflejan una clara diferencia entre el rendimiento de los estudiantes según el tipo de gestión educativa. Específicamente, la diferencia en el rendimiento matemático entre los estudiantes de IE públicas y aquellos de IE privadas es de 75 puntos, favoreciendo a estos últimos. Esta diferencia es una de las más amplias entre las distintas subpoblaciones evaluadas en el presente estudio (Ver gráfico 3.3).

Gráfico 3.3. Medida promedio en Matemática según gestión de la IE



Nota: *** $p < 0,001$

Fuente: OECD Base de datos PISA 2012.

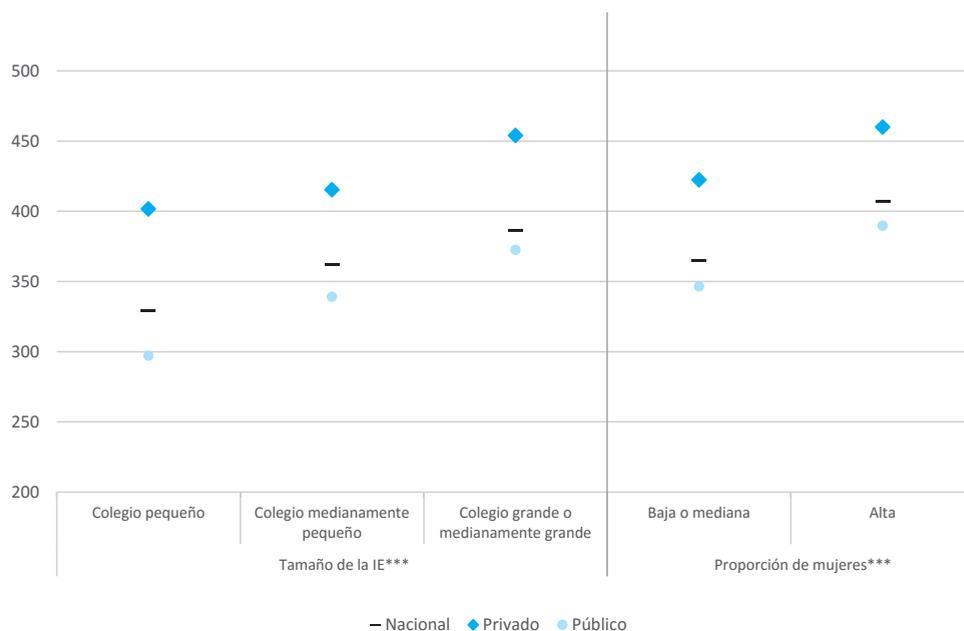
Elaboración propia.

Es importante mencionar que estas diferencias a favor de estudiantes de IE privadas también se encontraron en evaluaciones anteriores de PISA (Organisation for Economic Co-operation and Development, 2010) y en distintas evaluaciones nacionales e internacionales que evaluaron la competencia matemática (Blanco et ál., 2008; Jimenez y Lockheed, 1995; Ministerio de Educación del Perú – Unidad de Medición de la Calidad Educativa, ; Organización de las Naciones Unidas para la Educación la Ciencia y la Cultura, 2008, 2015).

No obstante, las brechas en el rendimiento de los estudiantes de IE reflejadas de acuerdo con la gestión de la IE deberían matizarse según el efecto del NSE individual y la composición socioeconómica escolar. Por ejemplo, en otros estudios se ha detallado que el efecto del tipo de gestión de la IE a la que asiste el estudiante sobre su competencia matemática prácticamente se anula cuando se considera el nivel socioeconómico del estudiante y la composición socioeconómica de la IE (Ministerio de Educación del Perú – Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes, 2015c; Organización de las Naciones Unidas para la Educación la Ciencia y la Cultura, 2008, 2015). En otras palabras, un estudiante de una IE privada y uno de una IE pública con un NSE parecido obtendrían similar rendimiento académico en Matemática.

Otra de las características escolares incluidas en el presente estudio es el tamaño de la IE (total de estudiantes matriculados en la institución). Como se aprecia en el gráfico 3.4, existe una diferencia de 25 puntos en la prueba de Matemática entre los estudiantes que asisten a un colegio grande o medianamente y sus pares que acuden a colegios medianamente pequeños. Esta diferencia se amplía hasta más de 55 puntos si se compara a los primeros con el desempeño de los estudiantes pertenecientes a colegios pequeños. Se debe considerar que los colegios grandes tienden a albergar a mayor cantidad de estudiantes y, además, suelen tener mayores recursos tanto económicos como educativos, lo cual beneficiaría la implementación de la enseñanza y el rendimiento de sus estudiantes (Organisation for Economic Co-operation and Development, 2010; Vélez, Schiefelbein y Valenzuela, 1994).

Gráfico 3.4. Medida promedio en Matemática de acuerdo con las variables del nivel IE, desagregadas por tipo de gestión



Nota 1: *** $p < 0,001$

Nota 2: Las diferencias significativas en la competencia matemática de los estudiantes se presentan entre las categorías de cada variable, y también entre los pertenecientes a colegios privados y públicos dentro de cada categoría de cada variable.

Fuente: OECD Base de datos PISA 2012.

Elaboración propia.

Además, se aprecia que los estudiantes de los colegios pequeños, tanto públicos como privados, suelen obtener resultados más bajos en matemática que sus pares de colegios más grandes. En el caso de las IE privadas, podría deberse al importante surgimiento de escuelas privadas de bajo costo durante la década pasada. Este tipo de IE, comúnmente ubicadas en zonas periurbanas o urbano-marginales, suelen operar bajo regulaciones y estándares muy laxos, lo cual se refleja en la contratación de personal no calificado o en la realización de prácticas educativas inadecuadas que no garantizan los aprendizajes esperados (Balarin, 2015). Respecto de las IE públicas, hay que considerar que en nuestro país gran parte de estos colegios pequeños suelen ubicarse en comunidades rurales y geográficamente alejadas, cuentan con un número reducido de estudiantes y en muchas ocasiones no poseen los recursos suficientes para implementar adecuadamente el servicio educativo. Precisamente, en diversas evaluaciones nacionales se ha reportado que los estudiantes pertenecientes a esta subpoblación suelen desenvolverse en condiciones desfavorables que influyen en su bajo desempeño (Ministerio de Educación del Perú - Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes, 2015c; Ministerio de Educación del Perú - Unidad de Medición de la Calidad Educativa,).

La proporción de mujeres que pertenecen a la IE es otra de las características consideradas en el presente estudio. En la evaluación PISA 2012, esta variable se obtuvo a partir del número total de estudiantes matriculadas en función al tamaño de la IE. Como se observa en el gráfico 3.4, los estudiantes que pertenecen a las IE que poseen una alta proporción de mujeres suelen obtener mejores resultados que sus pares que asisten a colegios con una baja o mediana proporción de mujeres matriculadas. Esta diferencia bordea los 40 puntos en la prueba de Matemática. El mismo patrón diferencial se observa tanto en las IE privadas como en las públicas. A pesar de que estos resultados podrían indicar una posición ventajosa en el caso de las mujeres, hay que recordar que las IE con una alta proporción de mujeres representa un porcentaje mínimo y no es suficiente para revertir las tendencias generales, donde aún los hombres suelen presentar un mayor desarrollo de la competencia matemática. Sin embargo, se requiere realizar análisis más profundos que podrían aportar a la discusión y ampliar la comprensión de estos resultados.

Entre las diferentes características que se aproximan a medir recursos educativos en la IE, en PISA 2012 se recogió información sobre la cantidad de computadoras con conexión a internet. Se encontró una correlación significativa y positiva entre el número de computadoras con acceso a internet que tiene la IE y el rendimiento de sus estudiantes en la prueba de Matemática ($r = 0,36$, $p < 0,001$). Esta asociación es similar al comparado lo sucedido en las IE públicas ($r = 0,35$, $p < 0,001$) como las privadas ($r = 0,35$, $p < 0,001$). Esta relación sugiere que el acceso a esta tecnología podría incrementar el rendimiento en matemática de los estudiantes.

Aunque los resultados de diversos estudios aún no son concluyentes acerca del efecto del acceso a internet sobre los logros de aprendizaje de los estudiantes (World Bank, 2005), existe una tendencia general a que estos se vean beneficiados al estar expuestos a información y usen computadoras para efectos académicos. No obstante, cuando existe una sobreexposición y se le da usos muy diversos y distractores, el efecto sobre el rendimiento se anula o invierte (Fuchs y Wößmann, 2005). Concretamente, algunas investigaciones evidencian mejoras en el desarrollo cognitivo de los estudiantes (Johnson, 2006; Small y Vorgam, 2009) y en el rendimiento en diferentes áreas, incluyendo Matemática, sobre todo cuando la tenencia de computadoras y el acceso a internet se vincula con un uso educativo (Kim, 2011). Este beneficio se aprecia cuando no solamente se contempla el acceso a este servicio, sino también el uso que se le da a la información y cómo se relaciona de manera estratégica con los procesos de enseñanza-aprendizaje (Organisation for Economic Co-operation and Development, 2010, 2011a).

Sin embargo, hay que considerar que los resultados no están siendo ajustados por otros factores escolares como urbanidad, composición socioeconómica de la escuela y otros factores individuales. Así, la tenencia de computadoras y más aún con acceso a internet estaría actuando como un indicador de infraestructura y una aproximación a posesiones, urbanidad y mejores condiciones socioeconómicas, lo cual se vincula fuertemente con el rendimiento de los

estudiantes. Precisamente, esta situación refleja la heterogeneidad que existe sobre la cobertura de servicios de esta tecnología a nivel nacional, pues para el 2012 el 65,5 % de las IE urbanas de nivel secundario contaban con acceso a internet, mientras dicha proporción fue apenas de 14,8 % en el caso de IE rurales (Ministerio de Educación del Perú, 2015a).

Por último, en el marco de los procesos escolares recogidos en PISA 2012, uno de los aspectos de interés fue la autonomía con la que cuenta la IE para la asignación de recursos⁷. De esta manera, se encontró una correlación significativa y positiva entre esta variable y el resultado de rendimiento de los estudiantes en la prueba de matemática ($r = 0,40$, $p < 0,001$). Este resultado, de manera general, coincide con los estudios que posicionan a la autonomía escolar como un factor crucial de la descentralización educativa, que suele asociarse con la mejora del rendimiento estudiantil (Espinola, 2000; Organisation for Economic Co-operation and Development, 2013c; Vegas y Petrow, 2008).

De manera específica, una eficiente asignación de recursos de la IE podría suponer tomar decisiones de manera más acertada sobre diferentes temas; por ejemplo, respecto de la condición laboral de los docentes, los rubros que se debieran priorizar al momento de realizar gastos, entre otros. Esto, a su vez, podría mejorar los procesos de enseñanza-aprendizaje que se presentan en el aula brindando un contexto más apropiado para el desarrollo de la competencia matemática. Para que se concrete esta relación positiva entre la autonomía de la IE y el rendimiento de sus estudiantes, también es indispensable que las personas encargadas de la administración de los recursos estén capacitadas para desempeñar dicha labor de manera eficaz dentro de un sistema autónomo y descentralizado (Galiani, Gertler y Schargrodsky, 2005; Hanushek, Link y Wößmann, 2013; Wößmann, Schütz y West, 2007).

En el caso peruano adquiere especial relevancia analizar el rol de la autonomía en el sistema educativo, porque se presenta de manera diferenciada según el tipo de gestión de la IE. Las IE que cuentan con mayor autonomía y capacidad de decisión son las de gestión privada. En el caso de las IE públicas, las decisiones administrativas y pedagógicas son tomadas, principalmente, por las Instancias de Gestión Descentralizadas (IGD). Por ello, no resulta extraño que la asociación entre la autonomía para gestionar recursos y el desempeño en matemática se comporte de modo diferenciado según la IE sea privada ($r = 0,09$, $p < 0,001$) o pública ($r = 0,16$, $p < 0,001$).

En el primer caso, aunque significativa, existe una relación muy pequeña entre ambas variables. Sin embargo, hay que interpretar con cuidado este hallazgo, ya que es bastante probable que haya poca heterogeneidad entre las IE privadas en cuanto a sus niveles de autonomía para asignar recursos, pues tienen mayor libertad para hacerlo. Respecto de lo hallado en las IE públicas, si bien aún con una magnitud pequeña, se observa una tendencia positiva más clara a comparación de las IE privadas. Aquí sí existe mayor variabilidad en las potestades de cada escuela, y quizá se toman mejores decisiones cuando la asignación de recursos no se centraliza en las IGD, sino cuando se realizan de modo más compartido, consensuado e integrado entre dichas instancias y la IE.

Los resultados analizados en el presente capítulo permiten tener una mejor comprensión de cómo las características de los estudiantes, sus familias y las IE se vinculan con el desarrollo diferenciado de la competencia matemática. Estas características, cuyos efectos sobre la competencia matemática se analizarán posteriormente de manera conjunta, podrían conformar brechas en los logros de aprendizaje de los estudiantes a lo largo de su trayectoria educativa. Por ello, para complementar estos resultados, es relevante explorar los procesos de enseñanza-aprendizaje que se presentan en el aula y que se podrían asociar con el rendimiento en matemática. Estas relaciones se presentan en los siguientes dos capítulos.

⁷ En los cuestionarios de PISA 2012 también se recogieron indicadores sobre la autonomía de la IE para tomar decisiones sobre el currículo, los cursos, los materiales y el sistema de evaluación. No obstante, en este informe ese aspecto de la autonomía no se incorporó, debido a que en los últimos años se está realizando una revisión curricular exhaustiva en nuestro país y, por tanto, algunas respuestas de los directores podrían no ser del todo precisas al tratarse de un tema aún en discusión.

Capítulo 4

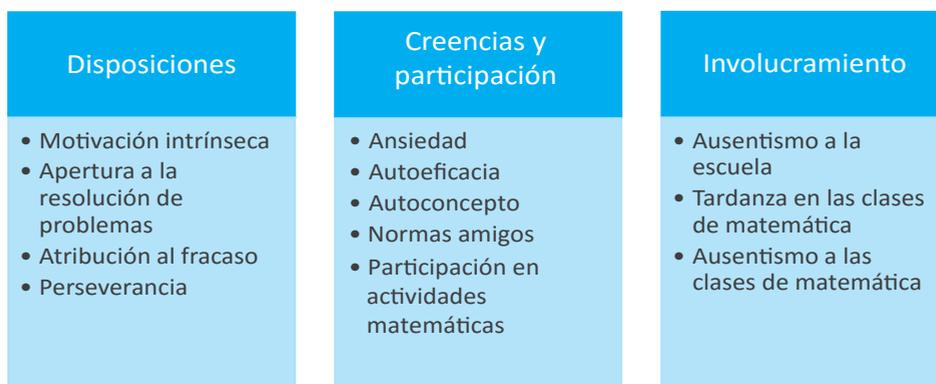
Disposiciones, creencias⁸ y participación, e involucramiento hacia la Matemática

En la evaluación PISA 2012 se considera que para que un estudiante logre un adecuado aprendizaje y desarrolle sus habilidades es necesario que, además de consolidar conocimientos matemáticos, esté motivado, involucrado y confíe en que va a poder ser exitoso en las actividades de aprendizaje que esté realizando fuera y dentro del aula. Por ello, en el presente capítulo se analizará la relevancia de los procesos afectivos y emocionales con el objetivo de comprender mejor los logros de aprendizaje en matemática de los estudiantes peruanos próximo a concluir la EBR.

Así, las metas que se trazan los estudiantes, el interés que demuestran, las creencias que tienen sobre su propia habilidad, las explicaciones que se plantean a sus resultados académicos, las emociones que despliegan durante la resolución de una tarea, entre otros, son factores fundamentales para entender el desarrollo de la competencia matemática (Organisation for Economic Co-operation and Development, 2013d).

El gráfico 4.1 muestra las dimensiones que PISA 2012 incluye en el cuestionario al estudiante para evaluar estos aspectos.

Gráfico 4.1. Variables de disposiciones, creencias y participación, e involucramiento en el cuestionario al estudiante de PISA 2012



Fuente: OECD Base de datos PISA 2012.
Elaboración propia.

A continuación se presenta una revisión teórica y operacional para cada una de estas dimensiones. Además, se presentan las comparaciones de los puntajes factoriales vinculados con cada variable de acuerdo con el género del estudiante y la gestión de la IE.

⁸ La OECD denomina este constructo como *self-beliefs*.

4.1 Disposiciones

Para aproximarse al grado en el que un estudiante está dispuesto a enfrentarse a tareas matemáticas, en PISA 2012 se evalúa cuatro factores: motivación intrínseca, apertura a la resolución de problemas matemáticos, atribución al fracaso y perseverancia frente a tareas matemáticas.

La motivación intrínseca es el impulso que lleva a las personas a realizar acciones por el simple gusto de hacerlas; por ejemplo, resolver problemas matemáticos porque su resolución les genera satisfacción. Este tipo de motivación conduce al ser humano a la realización de acciones novedosas e innovadoras, independientemente de la obtención de un refuerzo o recompensa. Es esperable que el desempeño de los estudiantes en matemática se vea beneficiado por la motivación intrínseca, pues fomentaría la exploración, el involucramiento y el interés académico en las matemáticas (Ryan y Deci, 2000).

Un segundo factor es la apertura a la resolución de problemas matemáticos, que se define como la voluntad que tiene un estudiante para involucrarse en nuevos retos con el fin de resolver situaciones y problemas complejos (Organisation for Economic Co-operation and Development, 2013d).

La importancia de la apertura a la resolución de problemas radica en que para que un estudiante pueda resolver estos, así como situaciones matemáticas complejas, no solo es necesario que posea el conocimiento adecuado y esté motivado intrínsecamente, sino también que se muestre dispuesto a solucionar problemas. Así, se esperaría que a mayor apertura a la resolución de problemas mejor rendimiento matemático de los estudiantes (Organisation for Economic Co-operation and Development, 2013b).

El tercer factor considera las explicaciones que un estudiante se plantea cuando no obtiene los resultados académicos esperados. Diversos autores sugieren que dichas explicaciones o atribuciones al fracaso tienden a relacionarse con el rendimiento académico (González Pienda et ál., 2000; Hashemi y Zabihi, 2011). Así, por ejemplo, si un estudiante considera que la causa de sus fracasos académicos se debe a la suerte o a la dificultad de las evaluaciones, es menos probable que tome responsabilidad de sus acciones y ejecute medidas para mejorar sus logros académicos.

Por el contrario, si un estudiante piensa que sus logros o fracasos dependen de él y no de causas externas, puede llegar a sentir que tiene el control de la situación; es decir, que debido a su esfuerzo o la falta de este obtuvo determinado resultado (Hasan y Khalid, 2014; Hashemi y Zabihi, 2011). Estos son más proclives a considerar que la asistencia frecuente a clases así como el constante estudio son acciones relevantes y necesarias para su aprendizaje; y, por lo tanto, se mostrarán más comprometidos con sus estudios (Hasan y Khalid, 2014). Es importante mencionar que también hay atribuciones que pueden ser poco adaptativas, como pensar que el fracaso académico en matemática se debe a la poca habilidad, pues podría afectar el autoconcepto del estudiante y reduciría sus expectativas de rendimiento (González Pienda et ál., 2000; Kelley, 1973).

El cuarto factor es la perseverancia para la resolución de problemas matemáticos, que se manifiesta cuando un estudiante se mantiene dispuesto a desarrollar su competencia matemática, sobre todo cuando se enfrenta a tareas matemáticas de alta complejidad. Existen estudios que señalan que el mantenerse trabajando de manera constante en una tarea y sostener el interés en este proceso beneficia el aprendizaje, lo cual se podría traducir en mejores resultados en los logros de aprendizaje matemático (Organisation for Economic Co-operation and Development, 2013d).

La descripción de estos factores relacionados con las disposiciones hacia la matemática y usados en este estudio se presenta en la tabla 4.1.

Tabla 4.1. Descripción de las variables de disposiciones hacia la matemática

Variable	Descripción
Motivación intrínseca	Grado de disfrute de los estudiantes por temas y actividades matemáticas, así como interés por resolver problemas matemáticos.
Apertura a la resolución de problemas matemáticos	Grado con que los estudiantes sienten que puede manejar la suficiente carga de información, si considera que es rápido para entender temas matemáticos, si busca explicaciones a fenómenos, si puede relacionar hechos y si le gusta resolver problemas complejos.
Atribución al fracaso	Atribución de un bajo desempeño en matemática a factores externos como la dificultad de una prueba o ejercicio.
Perseverancia frente a tareas matemáticas	Grado en que los estudiantes se mantienen dispuestos a realizar tareas matemáticas, a pesar de que sean difíciles, permaneciendo interesados sin darse por vencidos fácilmente.

Nota: Como se mencionó en la sección metodológica del estudio, estas variables reflejaron constructos, cuya estructura fue confirmada y luego resumida mediante puntajes factoriales.

Fuente: OECD Base de datos PISA 2012.

Elaboración propia.

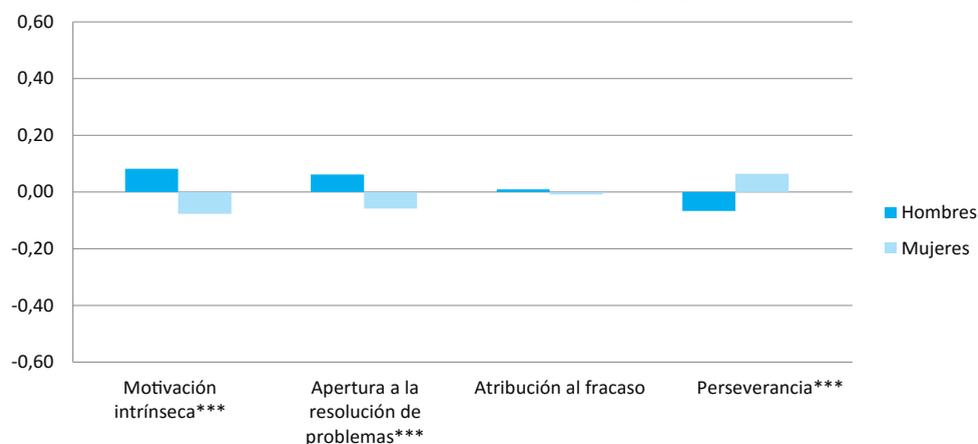
Estos últimos fueron estandarizados, con una media nacional igual a 0, y utilizados para realizar los análisis inferenciales presentados en este y los siguientes capítulos. Para mayor información sobre la construcción de cada uno de estos factores y las tasas de respuesta de los indicadores que los reflejan, ver el anexo C.

4.1.1 Disposiciones hacia la matemática según género del estudiante y tipo de gestión de la IE

El gráfico 4.2 muestra el puntaje promedio obtenido por los estudiantes peruanos, desagregado por género, en cada uno de los cuatro factores anteriormente descritos. De esta forma, se puede observar que los estudiantes varones presentan una mayor motivación intrínseca hacia la matemática, mientras que las mujeres obtienen puntajes por debajo de la media. En esta misma línea, son los estudiantes hombres quienes tienen una mayor apertura a la resolución de problemas matemáticos que las mujeres, lo cual podría entenderse porque se sienten más motivados intrínsecamente por temas relacionados a dicha área.

Contrariamente, las estudiantes mujeres muestran una mayor perseverancia en cuanto a temas relacionados a la matemática, en comparación con sus pares varones. Por último, no se hallaron diferencias significativas respecto de la atribución al fracaso que presentan los estudiantes hombres y mujeres cuando se enfrentan a tareas matemáticas.

Gráfico 4.2. Factores de disposición hacia la matemática según género del estudiante



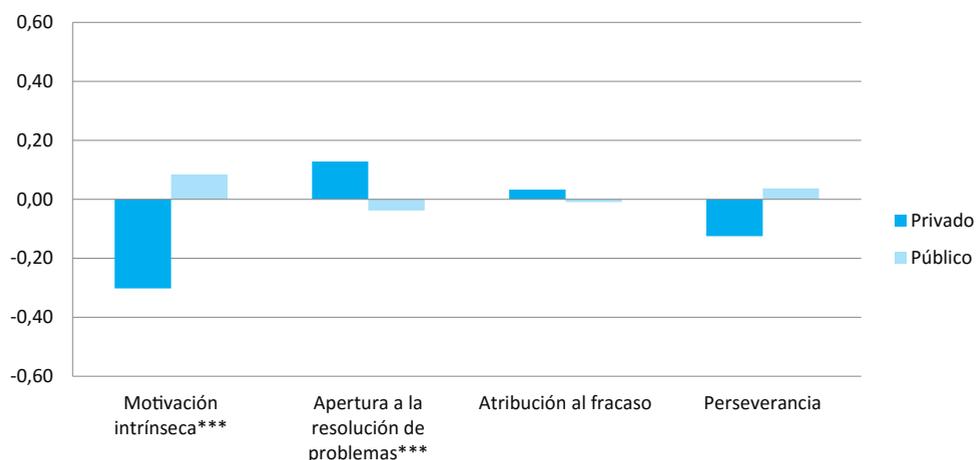
Nota: *** $p < 0,001$

Fuente: OECD Base de datos PISA 2012.

Elaboración propia.

Las comparaciones por gestión para cada una de estas variables se presentan en el gráfico 4.3. Como en el caso anterior, no se encontró que las disposiciones hacia la matemática fueran favorables a estudiantes de un solo estrato. Así, se puede observar que para el caso de motivación intrínseca y perseverancia los estudiantes de IE públicas muestran mayores niveles en comparación que sus pares de IE privadas. Por lo contrario, los estudiantes de IE públicas muestran menor apertura a la resolución de problemas matemáticos que sus pares de IE privadas. Por último, al igual que en el caso de las diferencias por género del estudiante, la atribución al fracaso no se presenta de modo diferenciado según el tipo de gestión de la IE.

Gráfico 4.3. Factores de disposición hacia la matemática según gestión de la IE



Nota: *** $p < 0,001$

Fuente: OECD Base de datos PISA 2012.

Elaboración propia.

4.2 Creencias y participación

La manera en que los estudiantes piensan y sienten sobre ellos mismos está muy relacionada con sus conductas académicas (Bandura, 1997). Por ello, se examina las diferentes creencias que los estudiantes tienen sobre sus habilidades matemáticas y las conductas que se podrían derivar de ellas. Así, en esta dimensión, se incluyeron las siguientes variables: ansiedad, autoeficacia, autoconcepto y percepción sobre la importancia que le otorgan a la matemática los amigos del estudiante; y participación en actividades matemáticas.

La ansiedad hacia la matemática es la inquietud, sensación de tensión, malestar e incomodidad que se genera en el estudiante al momento de enfrentarse con tareas matemáticas. En general, mientras más niveles de ansiedad hacia la matemática presenta un estudiante se esperaría un menor rendimiento en dicha área (Ashcraft y Kirk, 2001; Ashcraft, 2002). Entre las principales explicaciones a esta relación se cree que individuos con una mayor ansiedad hacia la matemática suelen tener una menor retención en su memoria de trabajo, lo cual se traduce en un incremento de errores y una merma en el desempeño (Ashcraft y Kirk, 2001; Meece, Wigfield y Eccles, 1990).

Respecto de la autoeficacia, ésta se define como el conjunto de creencias acerca de la capacidad percibida de uno mismo para la realización de ciertas tareas matemáticas específicas (Pajares, 1996; Zimmerman, Bonner y Kovach, 1996). Por ejemplo, qué tan capaz se siente un estudiante de obtener una nota aprobatoria en el examen final del curso de matemática. Además, la autoeficacia matemática influye en las expectativas de los estudiantes acerca de su competencia matemática, en los niveles de ansiedad hacia problemas matemáticos y en la importancia que se le dé a la matemática (Ashcraft y Kirk, 2001; Meece et ál., 1990).

Al igual que la autoeficacia, el autoconcepto también es otra creencia acerca de las capacidades de uno mismo; sin embargo, esta se refiere a áreas más globales de la competencia matemática (Pajares, 1996). De esta manera, el autoconcepto implica el juicio que tiene una persona sobre la evaluación de su competencia matemática, más que a la resolución de una tarea matemática específica (Mercer, 2011).

Tanto la autoeficacia como el autoconcepto se relacionan de la misma manera con el logro académico en matemática. Siendo más específicos, considerarse más eficaz para resolver problemas matemáticos y sentirse como una persona competente en dicha área disciplinar podría contribuir a un mejor desempeño en la misma. Además, el estudiante sería más perseverante al realizar tareas relacionadas con tareas matemáticas (Organisation for Economic Co-operation and Development, 2013d).

Por otro lado, en PISA 2012 se exploró de qué manera el contexto social de los estudiantes promueve la importancia que le dan a la matemática. En este sentido, la visión que tienen de estas personas cercanas a ellos (en este caso, sus amigos), forman parte de la teoría de la conducta planeada (Ajzen, 1991). Esto ocurriría debido a que el comportamiento de un individuo se ve influenciado, además, por la percepción que tengan personas significativas para este acerca de una competencia en específico. De esta manera, la importancia que le da el estudiante a la matemática se encuentra influenciada, en parte, por las creencias que tienen sus amigos sobre dicha área (Ajzen, 1991).

Las creencias hacia la matemática revisadas en el presente capítulo se vinculan con el comportamiento que tiene un estudiante en esta área; concretamente, en qué tipo de actividades matemáticas participa. Al respecto, las intenciones de los estudiantes para participar activamente en situaciones vinculadas con la matemática se relacionan de manera directa tanto con sus expectativas de logro como con el grado en que se compromete con esta área curricular (Meece et ál., 1990).

La descripción de las variables que miden las creencias y la participación matemática, empleadas en este estudio, se presenta en la tabla 4.2.

Tabla 4.2. Descripción de las variables de creencias y participación

Variable	Descripción
Ansiedad hacia la matemática	Grado de intranquilidad y preocupación que sienten los estudiantes cuando tienen que resolver problemas matemáticos.
Autoeficacia matemática	Capacidad percibida por los estudiantes sobre sí mismos al resolver problemas matemáticos que pueden presentarse en la vida cotidiana.
Autoconcepto matemático	Creencias de los estudiantes sobre qué tan buenos son en matemática, que tienen buenas notas en dicha área, que aprenden matemática con rapidez, que siempre han creído que es uno de sus mejores cursos y que en clase entienden hasta las tareas más difíciles.
Normas amigos	Creencias de los estudiantes sobre la importancia que le dan sus amigos a la matemática y las opiniones de estos sobre su competencia matemática.
Participación en actividades matemáticas	Grado de participación de los estudiantes en actividades matemáticas que no necesariamente pertenecen al currículo de la IE, como, por ejemplo, conversar sobre resoluciones a problemas matemáticos con otras personas, ayudar a sus pares a entender temas matemáticos, participar en concursos de matemática, entre otros.

Nota: Como se mencionó en la sección metodológica del estudio, estas variables reflejaron constructos, cuya estructura fue confirmada y luego resumida mediante puntajes factoriales.

Fuente: OECD Base de datos PISA 2012.

Elaboración propia.

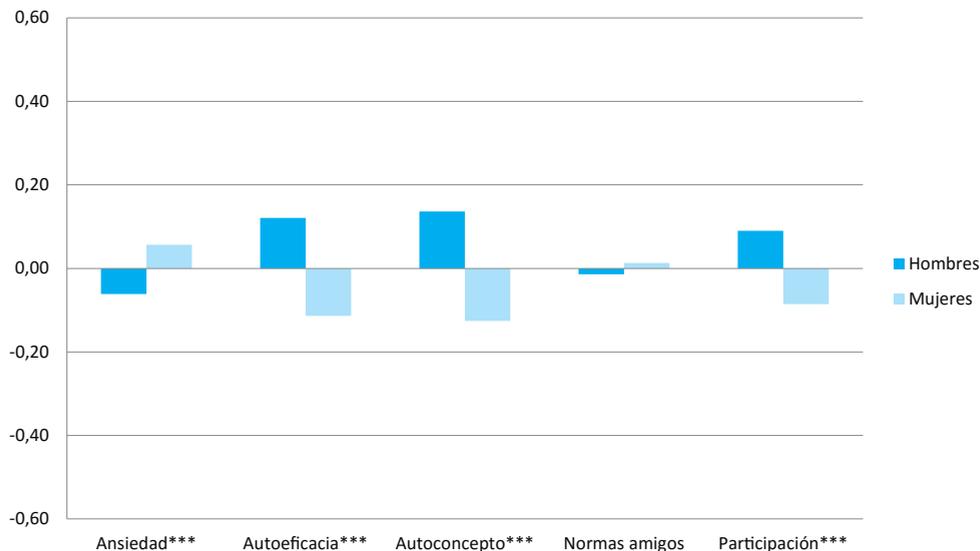
Estos últimos fueron estandarizados, con una media nacional igual a 0, y utilizados para realizar los análisis inferenciales presentados en este y en los siguientes capítulos. Para mayor información sobre la construcción de cada uno de estos factores y las tasas de respuesta de los indicadores que los reflejan, ver el anexo C.

4.2.1 Creencias y participación según género del estudiante y tipo de gestión de la IE

En el gráfico 4.4 se observa que los estudiantes peruanos varones tienen un puntaje más alto en la autoeficacia y en el autoconcepto matemático. Asimismo, estos suelen participar más en actividades relacionadas con la matemática, en comparación con sus pares mujeres, quienes en promedio manifiestan no sentirse tan capaces de desempeñarse de manera óptima en esta área disciplinar.

Además, los niveles de ansiedad reportados son mayores en las mujeres que en los hombres, por lo que se puede entender el poco involucramiento en actividades relacionadas con la matemática por parte de las mujeres. Por último, no se encuentran diferencias significativas por género respecto de la percepción de los estudiantes acerca de la importancia que le dan sus amigos a la matemática.

Gráfico 4.4. Factores de creencias y participación según género del estudiante



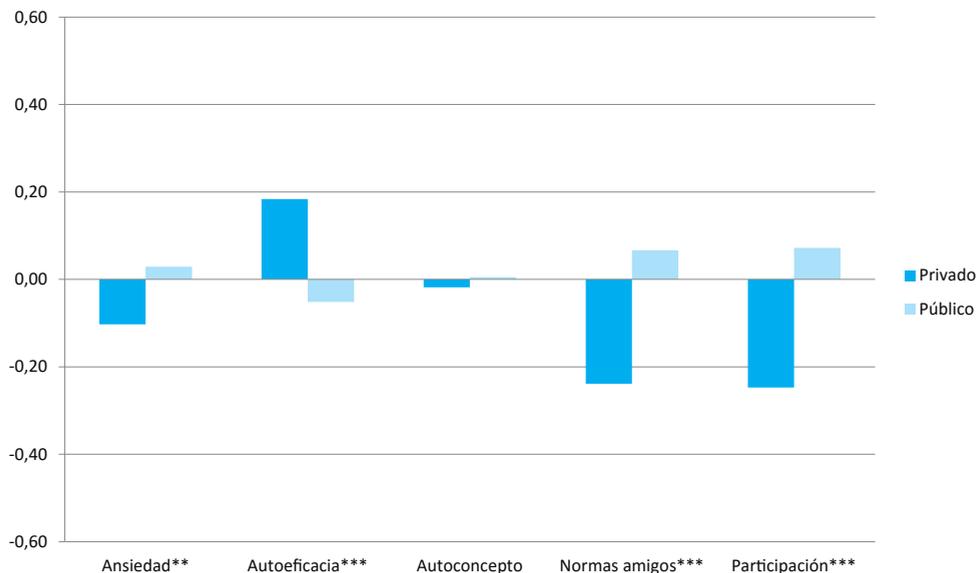
Nota: *** $p < 0,001$

Fuente: OECD Base de datos PISA 2012.

Elaboración propia.

En cuanto a las diferencias halladas según el tipo de gestión de la institución educativa mostradas en el gráfico 4.5, los resultados evidencian que los estudiantes de las IE privadas se sienten más capaces de enfrentar problemas matemáticos que sus pares de IE públicas, aunque no hay diferencias significativas respecto del autoconcepto matemático. Es decir, a pesar de que los estudiantes de IE privadas, a diferencia de los que asisten a IE públicas, se sienten más aptos para resolver tareas matemáticas específicas, no consideran que posean una competencia matemática más desarrollada.

Por otro lado, los estudiantes de IE públicas, a pesar de mostrar mayores niveles de ansiedad hacia la matemática, participan en mayor medida en actividades relacionadas con dicha área curricular. Asimismo, consideran que la matemática es un área relevante para sus amigos en mayor grado que sus pares de IE privadas.

Gráfico 4.5. Factores de creencias y participación según gestión de la IE

Nota: *** $p < 0,001$; ** $p < 0,01$

Fuente: OECD Base de datos PISA 2012.

Elaboración propia.

4.3 Involucramiento

Los estudiantes pierden oportunidades de aprendizaje cuando no asisten a la escuela, llegan tarde o faltan a las clases de matemática; por ello, es importante considerar el involucramiento con las actividades matemáticas en la escuela usando indicadores de asistencia a clase y tardanzas. El ausentismo en la escuela es una variable importante para analizar, debido a que podría relacionarse de manera directa con la falta de involucramiento por parte del estudiante y con el abandono escolar y, por tanto, limitar el desarrollo de competencias para la vida (Jacinto y Terigi, 2007). En este contexto, se entiende involucramiento como el comportamiento participativo del estudiante en actividades de la escuela (Finn, 1989) y relacionadas con la matemática. Así, el involucramiento promueve el sentido de pertenencia y el compromiso de los estudiantes con actividades matemáticas. Además, Fullarton (2002) halló que el nivel de involucramiento crecía si es que los estudiantes sentían que el clima escolar era adecuado, que tenían docentes competentes y que tenían adecuadas oportunidades de aprendizaje.

La descripción de las variables de involucramiento matemático empleadas en este estudio se presenta en la tabla 4.3.

Tabla 4.3. Descripción de las variables de involucramiento

Variable	Descripción
Involucramiento	Frecuencia con que los estudiantes asisten a la escuela, no llegan tarde o no faltan a las clases de matemática.

Nota: Como se mencionó en la sección metodológica del estudio, estas variables reflejaron constructos, cuya estructura fue confirmada y luego resumida mediante puntajes factoriales.

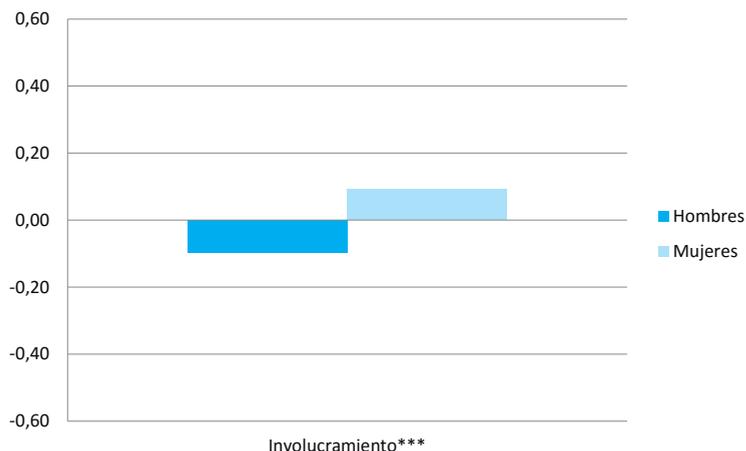
Fuente: OECD Base de datos PISA 2012.

Elaboración propia.

Estos últimos fueron estandarizados, con una media nacional igual a 0, y utilizados para realizar los análisis inferenciales presentados en este y en los siguientes capítulos. Para mayor información sobre la construcción de cada uno de estos factores y las tasas de respuesta de los indicadores que los reflejan, ver el anexo C.

4.3.1 Involucramiento según género del estudiante y tipo de gestión de la IE

Se encontraron diferencias estadísticamente significativas según el género del estudiante y el tipo de gestión de la IE, siendo las mujeres y los estudiantes de las IE privadas quienes presentan mayores niveles de involucramiento (Ver gráficos 4.6 y 4.7).

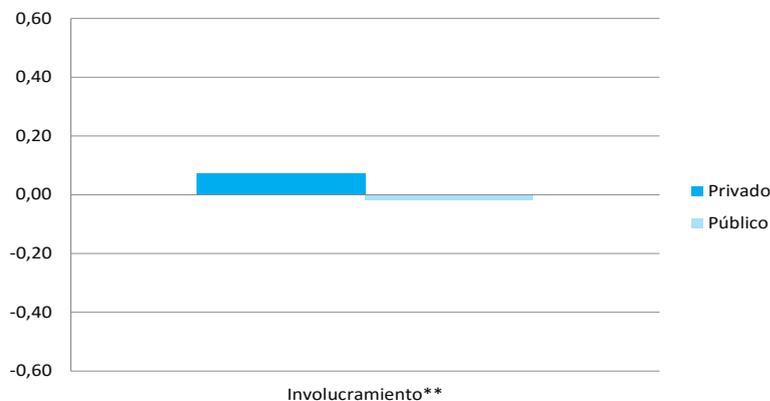
Gráfico 4.6. Factores de involucramiento según género del estudiante

Nota: *** $p < 0,001$

Fuente: OECD Base de datos PISA 2012.

Elaboración propia.

Gráfico 4.7. Factores de involucramiento según gestión de la IE



Nota: ** $p < 0,01$

Fuente: OECD Base de datos PISA 2012.

Elaboración propia.

Las variables estudiadas en este capítulo contribuyen a la comprensión de los resultados en la competencia matemática de los estudiantes próximos a concluir su educación básica. De esta manera, se ha podido observar que los varones muestran mayor motivación intrínseca, más apertura a la resolución de problemas, mejor autoconcepto y autoeficacia y participan más en actividades matemáticas que sus pares mujeres, lo cual podría estar relacionado con su desempeño en matemática durante la evaluación PISA 2012. No obstante, la comparación por género muestra que las mujeres son más perseverantes en tareas matemáticas y tienen un mayor involucramiento, aunque la matemática les resulta más difícil y les genera mayor ansiedad.

Por otro lado, también se han hallado diferencias entre los estudiantes de instituciones educativas privadas y públicas. Los primeros muestran una mayor apertura a la resolución de problemas y se sienten más capaces frente a tareas matemáticas, además de ausentarse menos de la IE y de las clases de matemática. Por el contrario, los estudiantes de instituciones educativas públicas muestran mayor ansiedad hacia la matemática, aunque presentan una mayor motivación intrínseca y participan más en actividades relacionadas con la matemática.

Los resultados presentados en este capítulo destacan la importancia de analizar la competencia matemática considerando los aspectos de disposición, creencias, participación e involucramiento de los estudiantes. Sin embargo, es necesario realizar análisis más complejos e incluir otro tipo de variables para comprender de manera más profunda la dinámica del desarrollo de la competencia matemática en PISA 2012. Por ello, en el capítulo 6, se evalúa el efecto de estas variables sobre la competencia matemática de los estudiantes mediante un modelo jerárquico multinivel. Además, se enfatizará en las brechas encontradas en la evaluación PISA 2012 según el género de los estudiantes.

Capítulo 5

Oportunidades de aprendizaje en Matemática

La construcción y el afianzamiento de la competencia matemática requieren que los estudiantes estén continuamente expuestos a ciertas condiciones escolares que les permitan contar con experiencias de aprendizaje significativo (Consejo Nacional de Educación, 2007; Organisation for Economic Co-operation and Development, 2013e; Schmidt y Maier, 2009). El conjunto de estas experiencias escolares se vincula con el concepto de oportunidades de aprendizaje (ODA), que refleja la manera en que “los conocimientos y las condiciones para el desarrollo de las habilidades y actitudes son puestos a disposición de los alumnos de manera que estos puedan aprovecharlos” (Zambrano, 2004, p. 1). Por esta razón, las ODA son consideradas como un elemento importante para explicar las diferencias en el rendimiento observadas entre estudiantes de distintos grupos poblacionales, particularmente en el caso peruano (Cueto, León, Ramírez y Guerrero, 2008; Cueto, Ramírez, León y Pain, 2002; Ministerio de Educación del Perú – Unidad de Medición de la Calidad Educativa, 2006; Zambrano, 2002, 2004).

Considerando los contenidos, los procesos y los contextos de aprendizaje establecidos en los documentos curriculares oficiales (currículo intencional), la materialización de las ODA refiere al conjunto de prácticas y actividades realizadas en el aula que son puestas a disposición de los estudiantes (currículo implementado), con el objetivo de que estos desarrollen las competencias necesarias para su formación (currículo aprendido) (International Association for the Evaluation of Educational Achievement, 2003; McDonnell, 1995). Específicamente sobre la implementación de las ODA, la mayoría de perspectivas teóricas y empíricas señala que su aspecto central corresponde al grado de exposición de los estudiantes frente a contenidos curriculares y a los procedimientos desarrollados en el aula por los docentes (Schmidt y Maier, 2009)⁹.

En este contexto, el presente capítulo tiene como objetivo explorar en qué medida los estudiantes peruanos próximos a concluir su educación básica están recibiendo oportunidades de aprendizaje que faciliten el desarrollo de la competencia matemática. Para ello, se recogieron las principales variables asociadas con las oportunidades de aprendizaje en el área de Matemática, reportadas por los estudiantes evaluados en PISA 2012. Estas se presentarán en dos grandes dimensiones: 1) la cobertura curricular, que contempla el grado en que los estudiantes han sido expuestos a los contenidos curriculares desarrollados en el aula; y 2) los facilitadores del aprendizaje, que abarca características instruccionales asociadas con la práctica docente y con los factores que promueven un clima de aula apropiado. El resumen de las variables incorporadas en los análisis de este capítulo se presenta en el gráfico 5.1.

⁹ Según estos autores, el concepto de oportunidades de aprendizaje tradicionalmente ha sido relacionado con el aspecto de cobertura curricular, pero esa visión ha ido evolucionando a lo largo del tiempo. Actualmente, las perspectivas más sociológicas incluyen otros elementos vinculados con los procesos de enseñanza-aprendizaje, que suelen condicionar la cobertura de los contenidos curriculares, tales como las prácticas docentes y el entorno de aprendizaje propiciado en el aula. Por ello, el presente estudio asume esta última perspectiva e incorpora variables de PISA 2012 que recogen de manera más amplia la noción de ODA.

Gráfico 5.1. Variables de oportunidades de aprendizaje (cobertura curricular y facilitadores del aprendizaje) incluidas en el cuestionario al estudiante de PISA 2012



Fuente: OECD Base de datos PISA 2012.
Elaboración propia.

A continuación, se profundizará en la revisión de las principales variables que conforman ambas dimensiones. Para ello, primero se presenta una breve revisión teórica y luego se detalla cómo se midieron cada una de estas variables relacionadas con las ODA. Inmediatamente después se presentan resultados descriptivos para toda la muestra peruana, desagregados por el género del estudiante y el tipo de gestión educativa.

5.1 Cobertura curricular

La cobertura curricular refiere al grado de exposición y familiaridad que poseen los estudiantes respecto de los contenidos curriculares que son trabajados en el aula (Floden, 2002; Schmidt y Maier, 2009; Schmidt et ál., 2001). Es importante mencionar que esta dimensión de las ODA no solo involucra la simple cobertura de los contenidos curriculares por parte de los docentes, sino también el tiempo que le dedican (amplitud) y el énfasis con que los trabajan (profundidad) en el aula (Zambrano, 2004). En este estudio, el concepto de cobertura curricular solo se abordará a partir de qué tanto los estudiantes han sido expuestos a conceptos, tareas y problemas relacionados al área de Matemática¹⁰(Ver gráfico 5.1).

En este contexto, los docentes deberían tratar de cubrir los contenidos estipulados en el currículo para que sus estudiantes se vayan familiarizando con los principales conceptos matemáticos y posean diversas experiencias con tareas matemáticas. Entonces, se espera que los docentes promuevan que sus estudiantes “formulen y resuelvan una amplia variedad de problemas, hagan conjeturas, den argumentos, validen soluciones y evalúen si las afirmaciones matemáticas son o no plausibles” (Godino, 2004, p. 78). De este modo, resulta más probable que los estudiantes reciban adecuadas oportunidades de aprendizaje para desarrollar la competencia matemática.

Estas oportunidades para aprender matemática se concentran en gran medida en las tareas relacionadas con conceptos y procedimientos matemáticos (por ejemplo, proyectos, problemas, ejercicios) y los materiales con los que se trabajan dichas actividades de aprendizaje. Estas tareas suelen presentarse en un continuo que va desde el contexto netamente disciplinar hasta uno en el que se tenga que aplicar la matemática para solucionar problemas de la vida cotidiana (Ministerio de Educación del Perú, 2009), ya sea usando directamente nociones o procedimientos

¹⁰ Si bien los cuestionarios al estudiante aplicados en PISA 2012 incluyen un rubro de preguntas sobre “activación cognitiva”, la cual pretende aproximarse a la noción de “demanda cognitiva” (componente determinante de las ODA), esta escala no se ha incluido en el presente estudio. Ello debido a que los ítems de esta escala han tenido tasas de respuesta que reflejan una alta deseabilidad social por parte de los estudiantes peruanos.

matemáticos, o empleándolos de manera integrada como parte de una estrategia de resolución¹¹. De uno u otro modo, estas tareas proporcionan estímulos para que los estudiantes piensen sobre conceptos y procedimientos particulares, vinculando ideas matemáticas o evidenciando sus aplicaciones en el mundo real. Además, requieren que los estudiantes razonen y utilicen un lenguaje matemático al momento de comunicarse, promoviendo su capacidad de resolver situaciones de incertidumbre y desarrollar destrezas que le sean de utilidad para su vida (Godino, 2004).

Estos objetivos tienen correspondencia con lo estipulado en los documentos oficiales peruanos sobre la enseñanza del área de Matemática. Así, en el Diseño Curricular Nacional (DCN) se enfatiza que en el nivel secundario se busca que los estudiantes desarrollen un pensamiento matemático con base en los procesos de Razonamiento y demostración, Comunicación matemática y Resolución de problemas, conjuntamente con un progresivo dominio de los conocimientos de Números y operaciones, Cambio y relaciones, Geometría y Estadística y Probabilidad (Ministerio de Educación del Perú, 2009).

Este es el enfoque que la OECD utiliza para medir la competencia matemática de los estudiantes y relacionarla con aspectos de la cobertura curricular. Por ejemplo, publicaciones previas sobre los resultados de PISA 2012 han reportado que la realización de diversas tareas matemáticas tiene un efecto positivo en el rendimiento de los estudiantes (Organisation for Economic Co-operation and Development, 2013e; Schmidt, Zoido y Cogan, 2013). Asimismo, las principales investigaciones realizadas en nuestro país han encontrado que el desarrollo de un mayor número de contenidos y de actividades de aprendizaje en las clases de matemática ejerce un efecto positivo sobre el rendimiento de los estudiantes, independientemente de las diferencias individuales de estos y de las escuelas a las que pertenecen (Cueto et ál., 2008, 2002; Ministerio de Educación del Perú – Unidad de Medición de la Calidad Educativa, 2006; Zambrano, 2002, 2004).

Los cuestionarios del estudio PISA 2012 abordan el ámbito de cobertura curricular en matemática mediante el reporte de los estudiantes. Específicamente, exploran qué tanto ellos conocen diferentes contenidos matemáticos y poseen experiencia con diversas tareas matemáticas, en qué medida están familiarizados con diferentes conceptos matemáticos y qué tan frecuentemente les han enseñado a resolver diferentes problemas matemáticos a lo largo de su escolaridad (Organisation for Economic Co-operation and Development, 2013e). La descripción de las variables de cobertura curricular empleadas en este estudio se presenta en la tabla 5.1.

¹¹ Es importante considerar que esta clasificación de las tareas matemáticas no supone una secuencia didáctica en el ejercicio docente.

Tabla 5.1. Descripción de las variables de cobertura curricular

Variable	Descripción
Experiencia con tareas matemáticas	
Experiencia con tareas de matemática aplicada	Frecuencia con que se les ha enseñado a los estudiantes tareas matemáticas cuya resolución hace uso de una o más nociones o procedimientos matemáticos en una situación que pertenece estrictamente al campo de la matemática o a una situación propia de otros contextos reales. Este tipo de actividades requiere la interpretación de la situación para encontrar el camino de resolución; la expresión de los datos de la situación en expresiones matemáticas, si fuese necesario; o la aplicación de una estrategia con dos o más pasos.
Experiencia con tareas de matemática formal	Frecuencia con que se les ha enseñado a los estudiantes tareas matemáticas cuya resolución requiere el uso directo de una única noción o procedimiento matemático en una situación que pertenece estrictamente al campo de la matemática. En este tipo de actividades la noción o el procedimiento es aplicado "idealmente" sin conexión con otra noción o procedimiento, sea este matemático o no.
Familiaridad con conceptos matemáticos	Grado de entendimiento que poseen los estudiantes de los principales temas matemáticos que deberían abordarse a nivel secundario, según lo estipulado en el currículo nacional. En tal sentido, se consideran conceptos propios de los diferentes organizadores temáticos pertenecientes al área de Matemática (aritmética, álgebra, geometría, trigonometría, estadística y probabilidad).
Exposición a problemas matemáticos	
Exposición a problemas matemáticos aplicados	Grado de exposición que los estudiantes han tenido frente a problemas con contenidos aplicados, contextualizados en situaciones del mundo real.
Exposición a problemas de matemática formal	Grado de exposición de los estudiantes frente a problemas con contenidos abstractos y aislados de un contexto, tal como las tareas de matemática formal.
Exposición a problemas de texto	Grado de exposición de los estudiantes frente a problemas típicos en libros clásicos de matemática, donde se requieren procedimientos y habilidades obvias para resolverlos.

Nota: Como se mencionó en la sección metodológica del estudio, estas variables reflejaron constructos, cuya estructura fue confirmada y luego resumida mediante puntajes factoriales.

Fuente: OECD Base de datos PISA 2012.

Elaboración propia.

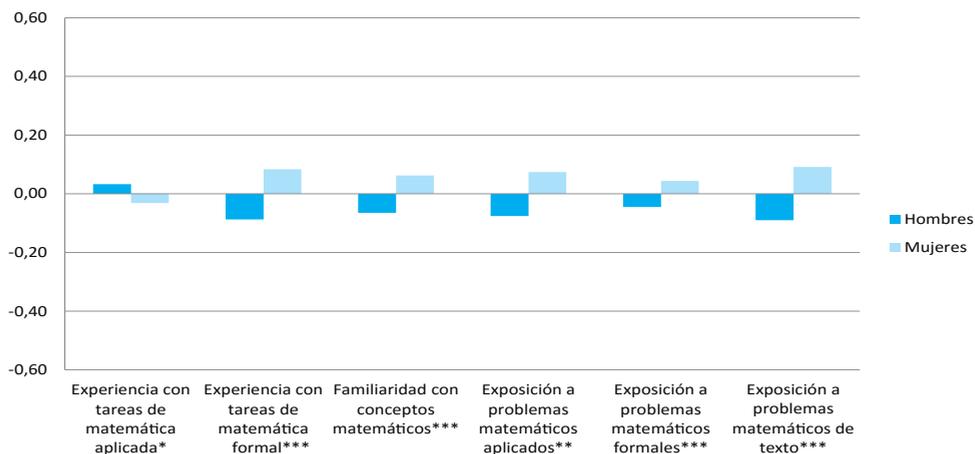
Estos últimos fueron estandarizados, con una media nacional igual a 0, y utilizados para realizar los análisis inferenciales presentados en este y los siguientes capítulos. Para mayor información sobre la construcción de cada uno de estos factores y las tasas de respuesta de los indicadores que los reflejan, ver el anexo C.

5.1.1 Cobertura curricular según género del estudiante y tipo de gestión de la IE

Respecto del comportamiento de los factores previamente descritos según el género de los estudiantes, se aprecia que en general existen diferencias significativas en cuanto al grado de cobertura curricular recibido, desde la percepción de los estudiantes hombres y mujeres (Ver gráfico 5.2). Específicamente, las mujeres reportan tener una mayor exposición a la cobertura curricular desarrollada por sus docentes, excepto en sus experiencias con tareas de matemática aplicada. Entonces, aunque la diferencia es la más estrecha de las encontradas en el estudio, serían los varones quienes suelen realizar más actividades matemáticas que requieren integrar información y se transfieren a situaciones de la vida cotidiana. Por lo demás, se evidencia que las mujeres suelen poseer mayor experiencia con tareas matemáticas formales, aquellas que requieren el uso directo de una noción o procedimiento matemático en situaciones netamente matemática; se sienten más familiarizadas con los diversos contenidos matemáticos cubiertos a lo largo del año escolar; y refieren una mayor exposición a la variedad de problemas matemáticos (aplicados, formales y de texto) tanto en sus clases como en sus evaluaciones.

Aunque en términos generales los estudiantes hombres obtienen mejores resultados en la prueba de Matemática de PISA 2012, la mayor exposición de las mujeres a los contenidos de esta área curricular podría contribuir a la reducción de las desigualdades en el logro de la competencia matemática entre hombres y mujeres (tal como se argumenta en el siguiente capítulo a través de análisis de mediación). No obstante, la cobertura curricular, aunque importante, no es suficiente para revertir las tendencias generales del rendimiento en matemática a favor de los estudiantes hombres.

Gráfico 5.2. Factores de cobertura curricular según género del estudiante

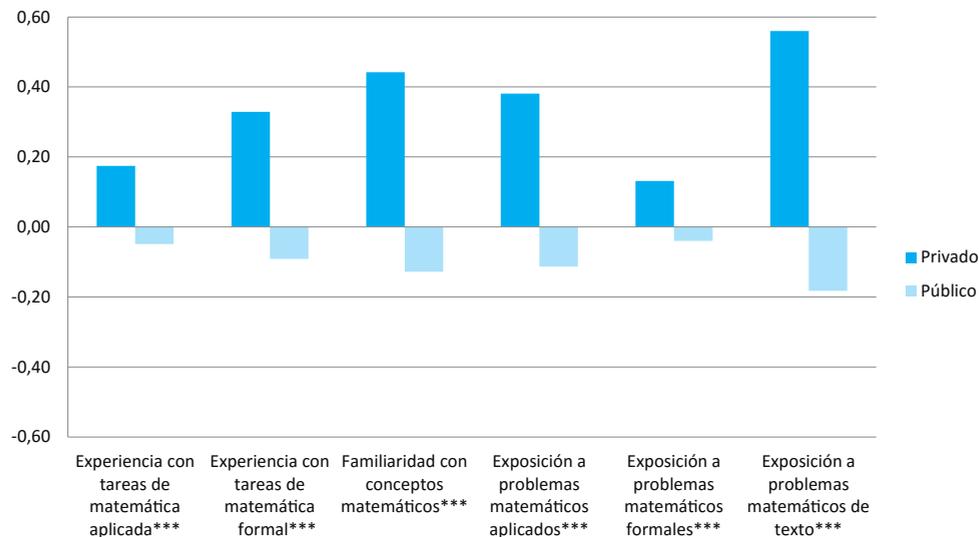


Nota: *** $p < 0,001$, ** $p < 0,01$, * $p < 0,05$

Fuente: OECD Base de datos PISA 2012.

Elaboración propia.

Tal como en el caso de la variable género, al analizar los diversos factores contemplados en la dimensión de cobertura curricular se aprecian diferencias significativas según la gestión de la IE, aunque en este caso las diferencias son más amplias (Ver gráfico 5.3). De este modo, se observa que en términos generales los estudiantes pertenecientes a IE privadas suelen beneficiarse de una mayor cobertura de los contenidos curriculares del área de Matemática, si se los compara con aquellos que acuden a IE públicas. Estas desigualdades son más notorias al analizar el nivel de exposición de los estudiantes a problemas matemáticos de texto; y también lo son al analizar la familiaridad que poseen acerca de los principales conceptos matemáticos desarrollados, planteados en los documentos curriculares. La diferencia más reducida se aprecia en la exposición que han tenido los estudiantes hacia problemas matemáticos formales, cuyo contenido tiende a emplear un lenguaje abstracto y aislado de un contexto real.

Gráfico 5.3. Factores de cobertura curricular según gestión de la IE

Nota: *** $p < 0,001$

Fuente: OECD Base de datos PISA 2012.

Elaboración propia.

5.2 Facilitadores del aprendizaje

Aunque la familiaridad con conceptos y la exposición frente a determinados contenidos y actividades de aprendizaje son factores fundamentales para entender el desempeño de los estudiantes, las prácticas docentes y las interacciones en el aula entre los actores educativos también son elementos que se requieren para promover adecuadas oportunidades de aprendizaje. Así, estos resultan fundamentales para realizar un análisis más integral de las ODA y comprender las prácticas pedagógicas que podrían facilitar o limitar tales oportunidades (Ministerio de Educación del Perú – Unidad de Medición de la Calidad Educativa, 2006; Organisation for Economic Co-operation and Development, 2013e). A continuación, se presentan las variables consideradas por los cuestionarios de PISA 2012, en donde se recoge la percepción de los estudiantes sobre las acciones realizadas por sus docentes y sobre algunas situaciones ocurridas a nivel de aula, en dos rubros: 1) prácticas docentes en la enseñanza de la matemática y 2) clima de aula durante las sesiones de matemática (Ver gráfico 5.1).

5.2.1 Prácticas docentes en la enseñanza de la matemática

La práctica docente es fundamental para comprender las oportunidades de aprendizaje promovidas en el aula. Es más, se sabe que el desempeño docente, mediado por una serie de acciones y decisiones vinculadas con los procesos de enseñanza-aprendizaje tales como la conceptualización y la puesta en práctica de la secuencia didáctica, las estrategias de enseñanza, los momentos de la instrucción, entre otros, posee una estrecha relación con el rendimiento estudiantil (Barber y Mourshed, 2008; Hunt, 2009; Vaillant, 2004). Para que las prácticas del docente influyan positivamente en el rendimiento en matemática, se esperaría que estas tengan correspondencia con los supuestos que conciben al estudiante como el protagonista de los procesos de enseñanza-aprendizaje, asumiendo un rol casi siempre activo y siendo responsable de su propio aprendizaje junto con la guía de los docentes (Claux, Young

y Kanashiro, 2001). En este sentido, los docentes deberían actuar como los facilitadores de oportunidades de aprendizaje, brindándolas de manera eficiente para que los estudiantes desarrollen su competencia matemática.

Específicamente en el caso de matemática, estos supuestos se vinculan con el enfoque de resolución de problemas¹²expuesto en diferentes documentos oficiales del sistema educativo peruano. Así, la actividad de resolver problemas se constituye como uno de los vehículos principales del aprendizaje de esta área, que debería estar acompañado del quehacer docente dirigido a proponer actividades matemáticas que no siempre busquen soluciones correctas, así como ayudar a sus estudiantes a construir un saber cultural que les permita incorporarse a la comunidad científica de su época (Godino, 2004). Por lo tanto, los docentes no solo requieren conocer a profundidad la matemática, sino también comprometerse con las necesidades de sus estudiantes en su condición de aprendices, teniendo la destreza de elegir y usar una variedad de estrategias pedagógicas y de evaluación pertinentes para esta área curricular (Godino, 2004; Ministerio de Educación del Perú, 2009).

Respecto de los estudios sobre ODA realizados en el contexto peruano, algunos incluyen ciertos indicadores asociados con la enseñanza de la matemática. Por ejemplo, se encontró que los docentes que brindan una retroalimentación adecuada frente a los ejercicios de matemáticas suelen contar con estudiantes con un mejor desempeño (Cueto et ál., 2002). Respecto de la secuencia didáctica empleada por los docentes, estudios basados en una metodología de observaciones de clase hallaron que la mayoría de los docentes no solían considerar un enfoque de resolución de problemas en el desarrollo de gran parte de sus clases y son limitados los ejercicios de alta demanda cognitiva trabajados (Cueto et ál., 2002; Ministerio de Educación del Perú – Unidad de Medición de la Calidad Educativa, 2006).

Los cuestionarios del estudio PISA 2012 abordan las prácticas en la enseñanza de la matemática mediante el reporte de los estudiantes. Específicamente, como se ve en el gráfico 4.1, exploran sus opiniones acerca del compromiso que muestran sus docentes, así como de las orientaciones pedagógicas que estos privilegian, ya sea desde la instrucción general y/o empleando la evaluación formativa durante el proceso de aprendizaje (Organisation for Economic Co-operation and Development, 2013e). La descripción de las variables de prácticas docentes en la enseñanza de la matemática empleadas en este estudio se presenta en la tabla 5.2.

¹² Este enfoque asume que la resolución de situaciones problemáticas es la actividad central de la Matemática y, por tanto, constituye el medio principal para que los estudiantes establezcan relaciones de funcionalidad matemática con la vida cotidiana.

Tabla 5.2 Descripción de las variables de prácticas docentes en la enseñanza de la matemática

Variable	Descripción
Compromiso en la enseñanza de la matemática	Iniciativa e involucramiento que demuestra el docente de matemática en su práctica pedagógica, reflejado sobre todo en la preocupación por que sus estudiantes consoliden sus aprendizajes.
Orientación en la enseñanza de la matemática	
Instrucción general	Frecuencia con la que los docentes de matemática alternan el protagonismo entre la instrucción directa y la participación de sus estudiantes durante su práctica pedagógica.
Evaluación formativa	Frecuencia con que los docentes emplean evaluaciones de proceso en sus sesiones de matemática.

Nota: Como se mencionó en la sección metodológica del estudio, estas variables reflejaron constructos, cuya estructura fue confirmada y luego resumida mediante puntajes factoriales.

Fuente: OECD Base de datos PISA 2012.

Elaboración propia.

Estos últimos fueron estandarizados, con una media nacional igual a 0, y utilizados para realizar los análisis inferenciales presentados en este y los siguientes capítulos. Para mayor información sobre la construcción de cada uno de estos factores y las tasas de respuesta de los indicadores que los reflejan, ver el anexo C.

5.2.2 Clima de aula durante las sesiones de matemática

Otro de los indicadores que podrían facilitar la promoción de adecuadas oportunidades de aprendizaje es el clima de aula (Ver gráfico 5.1), ya que esta no es solamente un espacio de enseñanza y aprendizaje, sino también un lugar de convivencia cotidiana y un ambiente de socialización (Ministerio de Educación del Perú – Unidad de Medición de la Calidad Educativa, 2006). Por esta razón, promover un clima de aula positivo significa que “todos se sientan actores con oportunidades de participar, tomar decisiones y asumir responsabilidades, interactuando con respeto y confianza mutua y conviviendo en el aula cuya organización física y temporal permita que todos se sientan cómodos y acogidos” (Ministerio de Educación del Perú – Unidad de Medición de la Calidad Educativa, 2006, p. 411). Este tipo de clima de aula, también denominado democrático, implica “promover en los estudiantes el desarrollo de la autonomía, la actitud reflexiva y deliberativa, y el respeto y la valoración de sí y de los otros” (Ministerio de Educación del Perú – Unidad de Medición de la Calidad Educativa, 2006, p. 413).

Al respecto, diversas investigaciones han hallado que la construcción de un adecuado clima de aula favorece el aprendizaje y estimula mayores expectativas de logro tanto de los estudiantes como del docente (Cueto, Ramírez y León, 2003; Hattie, 2009; Ministerio de Educación del Perú – Unidad de Medición de la Calidad Educativa, 2006). Por el contrario, un clima negativo podría provocar incomodidad y descontento en los docentes y en los estudiantes, limitando su motivación para enseñar y aprender, respectivamente. Para evitar dichas situaciones, es importante que los docentes demuestren un manejo adecuado de la disciplina de los estudiantes y propicien un vínculo armonioso con ellos. Por lo tanto, en este estudio se abordará el clima de aula desde las características del clima disciplinar en el aula y el manejo que los docentes tienen en la misma, considerando también el grado de apoyo que brindan los docentes a sus estudiantes, así como la calidad de las interacciones entre ambos actores educativos.

Respecto del clima disciplinar, la manera en que se aborda suele involucrar a todos los actores educativos, pero su construcción y su organización se observa principalmente en el contexto del aula y, entonces, en el trabajo diario de los docentes con los estudiantes. Para ello, se requiere implementar procedimientos preventivos que estructuren el ambiente de clase, dirijan un comportamiento apropiado y reduzcan la incidencia de conductas inadecuadas (Freiberg, Huzinec y Borders, 2008).

En relación con el manejo de la clase, este se refiere a las acciones que el docente realiza con el objetivo de crear un ambiente que soporta y facilita tanto el aprendizaje académico como el socioemocional (Evertson y Weinstein, 2006). Especialmente en los grados de secundaria, el manejo de clases debería presentar un equilibrio entre las necesidades del docente y las de sus estudiantes adolescentes, incentivando que estos asuman responsabilidades que conduzcan a la autodisciplina y mejoren el bienestar personal y social (Emmer y Gerwels, 2006).

Un clima de aula ideal supone que el docente y los estudiantes promuevan una disciplina cooperativa, donde el manejo de clase por parte del docente considere un liderazgo compartido, en un ambiente de confianza entre pares, con pautas consensuadas y consecuencias proporcionales de acuerdo con las situaciones (Freiberg et ál., 2008). De este modo, no solo se enriquecen las oportunidades de aprendizaje brindadas a los estudiantes, sino que se promueve su formación integral. Al respecto, se ha encontrado que un clima disciplinar que incentiva el aprendizaje no está solo relacionado de manera positiva con el desempeño del estudiante, sino que también puede debilitar el efecto del nivel socioeconómico sobre el rendimiento (Organisation for Economic Co-operation and Development, 2013a). Asimismo, diversas investigaciones han reportado que la construcción y la consolidación de un clima disciplinar mediante un manejo de clase apropiado favorece a que los estudiantes presenten un rendimiento más elevado en Matemática (Cornelius-White, 2007; Freiberg et ál., 2008; Goh y Fraser, 1998; Hattie, 2009; Slavin y Lake, 2008).

En cambio, se ha hallado que el comportamiento disruptivo de los estudiantes y un inadecuado manejo de tales situaciones demandan inversión de tiempo a expensas de la instrucción académica y de las oportunidades de aprendizaje brindadas (R. M. Oliver, Wehby y Reschly, 2011). No en vano se ha encontrado que aulas de clase con frecuentes comportamientos disruptivos poseen menos tiempo de dedicación hacia actividades de aprendizaje significativo, por lo que sus estudiantes suelen tener menores niveles de involucramiento y bajos desempeños (Shinn, Ramsey, Walker, Stieber y O'Neill, 1987).

Al analizar el clima del aula no solo se hace necesario considerar la relación entre los estudiantes y el manejo de la disciplina, sino también el vínculo entre aquellos y sus docentes (Baker, 1999; R. M. Oliver et ál., 2011). Entonces, sobre los aspectos de apoyo que reciben los estudiantes por parte de sus docentes y la interacción entre ambos actores educativos, es importante concebir al docente como un agente socializador significativo que contribuye al desarrollo de los estudiantes mediante relaciones de soporte (Resnick et ál., 1997).

Existen estudios que revelan vínculos recíprocos entre las relaciones docente – estudiante y el rendimiento académico, considerando el involucramiento y la calidad de esta relación (Archambault, Pagani y Fitzpatrick, 2013; Hattie, 2009; Hughes, Luo, Kwok y Loyd, 2008). Por ejemplo, cuando los docentes demuestran calidez y soporte frente a las necesidades individuales de los estudiantes, estos suelen responder con un mayor involucramiento en el aula y mejores resultados académicos; es decir, la retroalimentación entre ambos actores educativos es constante (Archambault et ál., 2013). Los estudiantes que perciben un adecuado apoyo y soporte de sus docentes tienden a involucrarse más en las actividades de aula y de la institución, y a cumplir las expectativas académicas. De modo similar, los docentes que perciben una actitud adecuada y cooperativa por parte de sus estudiantes, suelen reforzarlos positivamente y brindarles mayores oportunidades de aprendizaje, vinculadas directamente con el desarrollo de competencias y con el rendimiento académico.

Todos estos aspectos del clima de aula han formado parte de diversas investigaciones realizadas en escuelas de nuestro país, que reportan que la construcción de un entorno de aprendizaje adecuado influye significativamente en el rendimiento de los estudiantes. Así, estas coinciden en señalar que un alto desempeño en Matemática se presenta en aulas donde los docentes demuestran respeto y valoración por sus estudiantes, fomentan la autorregulación de estos y toman acuerdos de convivencia basados en la participación de todos. Por el contrario, si los docentes aplican estrategias inadecuadas para controlar el desorden, son indiferentes frente a conflictos de convivencia del aula y tienen una relación poco armoniosa y basada en maltratos con sus estudiantes, es más probable que estos tengan un rendimiento más pobre en Matemática (Ministerio de Educación del Perú – Unidad de Medición de la Calidad Educativa, 2006).

Considerando esta información, los cuestionarios del estudio PISA 2012 evalúan el clima de aula en las sesiones de matemática. Específicamente, mediante el reporte de los estudiantes, se exploran las características del clima disciplinar en el aula, el manejo de la clase que poseen sus docentes, el grado de apoyo brindado por sus docentes y la manera en que se relacionan con los mismos (Organisation for Economic Co-operation and Development, 2013e). La descripción de las variables de clima de aula durante las sesiones de matemática empleadas en este estudio se presenta en la tabla 5.3.

Tabla 5.3. Descripción de las variables de clima de aula durante las sesiones de matemática

Variable	Descripción
Clima disciplinar	Orden y disciplina existente durante las clases de matemática, abarcando desde un ambiente con condiciones adversas hasta un clima propicio para el aprendizaje.
Manejo de clase	Modo en que el docente dirige y gestiona los procesos de enseñanza-aprendizaje desarrollados en el aula durante las clases de matemática.
Apoyo del docente	Acciones de soporte que el docente de matemática les brinda a sus estudiantes en su proceso educativo.
Relación docente-estudiante	Vínculo que poseen los estudiantes con su docente de matemática, en cuanto a los procesos de interacción que tienen con ellos dentro y fuera del aula.

Nota: Como se mencionó en la sección metodológica del estudio, estas variables reflejaron constructos, cuya estructura fue confirmada y luego resumida mediante puntajes factoriales.

Fuente: OECD Base de datos PISA 2012.

Elaboración propia.

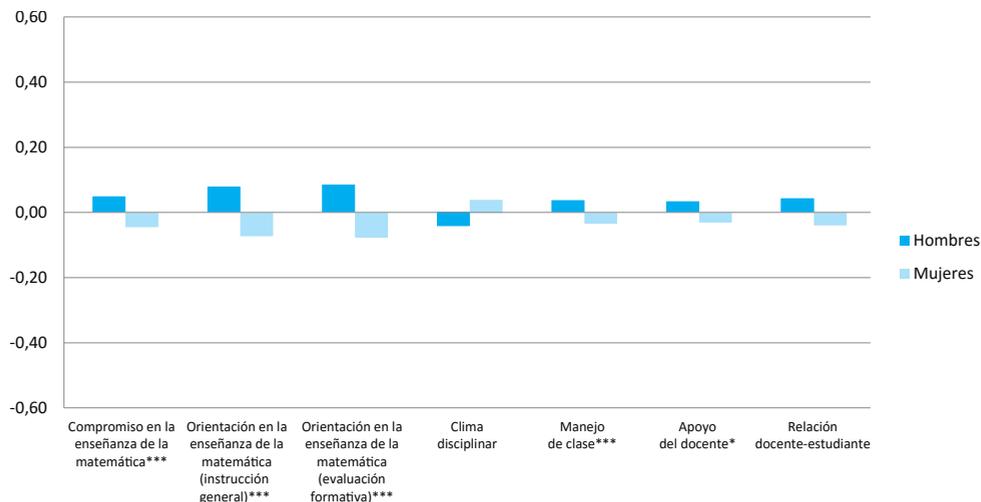
Estos últimos fueron estandarizados, con una media nacional igual a 0, y utilizados para realizar los análisis inferenciales presentados en este y en los siguientes capítulos. Para mayor información sobre la construcción de cada uno de estos factores y las tasas de respuesta de los indicadores que los reflejan, ver el anexo C.

5.2.3 Facilitadores del aprendizaje según género del estudiante y tipo de gestión de la IE

Respecto del comportamiento de los factores previamente descritos según el género de los estudiantes, se aprecia que en general son los estudiantes varones quienes reportan un mayor grado de exposición ante los facilitadores del aprendizaje (Ver gráfico 5.4), lo cual describe un patrón inverso al hallado en los factores de oportunidades de aprendizaje. Así, en comparación con las estudiantes mujeres, los estudiantes varones manifiestan en mayor medida que sus profesores poseen iniciativas positivas en su ejercicio profesional, cuya práctica suele caracterizarse por alternar el protagonismo entre la instrucción directa y la participación de sus estudiantes y emplear diversas estrategias de evaluación formativa. Estas diferencias, aunque de manera más acotada, también se aprecian al considerar el aspecto de clima de aula en las sesiones de matemática. Específicamente, los estudiantes varones suelen reportar un mejor

manejo de la clase por parte de sus docentes, que sienten un apoyo más focalizado de su parte y que se relacionan con ellos de forma más adecuada dentro y fuera del aula. No obstante, las estudiantes mujeres suelen reportar en mayor medida que sus docentes promueven un clima disciplinar apropiado, a diferencia de lo que opinan sus pares varones.

Gráfico 5.4. Factores facilitadores del aprendizaje según género del estudiante



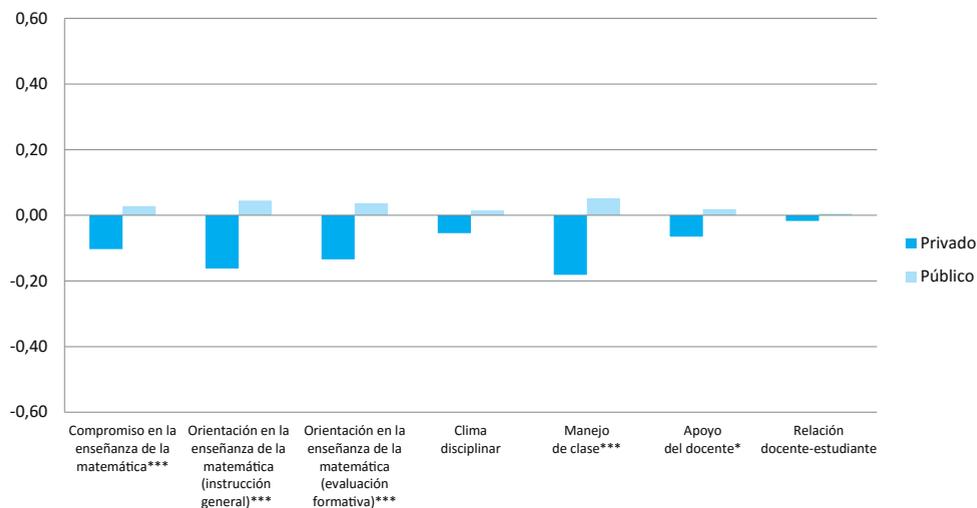
Nota: *** $p < 0,001$, ** $p < 0,01$, * $p < 0,05$

Fuente: OECD Base de datos PISA 2012.

Elaboración propia.

Tal como se encontró en el análisis de los facilitadores del aprendizaje según el género de los estudiantes, también existen diferencias significativas en la mayoría de estos factores al considerar el tipo de gestión de la IE (Ver gráfico 5.5). En todos los casos, se aprecia que son los estudiantes de las IE públicas quienes reportan una mayor exposición a los diversos aspectos considerados, lo cual corresponde a una tendencia contraria a la encontrada en los factores de oportunidades de aprendizaje. Así, estas diferencias son más evidentes en el rubro de prácticas docentes en la enseñanza de la matemática, donde los estudiantes pertenecientes a IE privadas reportan una menor iniciativa de sus docentes que denotan preocupación por su aprendizaje y una orientación pedagógica que enfatiza en menor medida la evaluación formativa. Esta situación también se produce en algunos factores asociados al clima de aula; particularmente, estos estudiantes suelen sentir que sus docentes no tienen un manejo adecuado de las sesiones ni los apoyan cuando lo requieren, a comparación de lo manifestado por sus pares de IE públicas.

Gráfico 5.5. Factores facilitadores del aprendizaje según gestión de la IE



Nota: *** $p < 0,001$, * $p < 0,05$

Fuente: OECD Base de datos PISA 2012.

Elaboración propia.

En este capítulo se ha hecho un repaso de los principales factores de oportunidades de aprendizaje en la evaluación PISA 2012; específicamente, cómo los diversos factores de la cobertura curricular y los facilitadores del aprendizaje se comportan en la muestra peruana. En gran parte de las variables analizadas se hallaron diferencias significativas según el género de los estudiantes y el tipo de gestión de la IE a la que pertenecen. Concretamente, las estudiantes mujeres y el alumnado de IE privadas suelen percibir una mayor exposición a los contenidos curriculares matemáticos; mientras que los estudiantes hombres y el alumnado de IE públicas tienden a percibir prácticas de enseñanza más adecuadas por parte de sus docentes de matemática y un clima de aula más armonioso que facilita su aprendizaje durante las sesiones de matemática.

Para profundizar sobre el efecto de estas variables en la competencia matemática de los estudiantes, la mayoría de ellas se incorpora en modelos multinivel detallados en el siguiente capítulo. Además, se analiza de manera particular su comportamiento para comprender la brecha de género en los resultados obtenidos por hombres y mujeres en la evaluación PISA 2012.

Capítulo 6

Efecto de las disposiciones, las creencias sobre sí mismo, las oportunidades de aprendizaje y la brecha de género sobre la competencia matemática†

En los capítulos previos se exploró el comportamiento de la competencia matemática en función de una serie de factores relacionados con los estudiantes, como las disposiciones, las creencias sobre sí mismos, la participación, el involucramiento y las oportunidades de aprendizaje en matemática. Con el objetivo de enriquecer dichos resultados, este capítulo integra la información recogida mediante modelos estadísticos multinivel que brindan una aproximación a los efectos que estos factores tienen en conjunto sobre la competencia matemática. Asimismo, se presentan modelos complementarios con el fin de examinar los posibles mecanismos explicativos de las brechas de género en la competencia matemática.

Este capítulo se divide en dos secciones. La primera sección presenta la integración de los resultados descritos en los capítulos anteriores mediante la elaboración de modelos multinivel (base, parciales y final). La segunda sección se focaliza en las inequidades de género en la competencia matemática a través de modelos multinivel de moderación y mediación.

6.1 Modelos de factores asociados a la competencia matemática

Para profundizar en las relaciones de todos los factores mencionados y la competencia matemática se generaron modelos multinivel de dos niveles¹³. El primer modelo multinivel incluyó características individuales y escolares (modelo base), y sobre este se construyeron tres modelos parciales donde se incorporaron separadamente los factores relacionados con disposiciones, creencias sobre sí mismo, participación, involucramiento y oportunidades de aprendizaje en matemática. El modelo final generado integró la información de la mayoría de modelos parciales en un solo modelo multinivel. Los resultados de estos cinco modelos se presentan en la tabla 6.1.

† Se agradece al Dr. Fernando Andrade por su participación en la elaboración de este capítulo.

13 Los modelos multiniveles son un conjunto de técnicas estadísticas que permiten realizar análisis más especializados considerando diferentes niveles jerárquicos, según como la sociedad se organiza. Por ejemplo, en el ámbito educativo, los estudiantes suelen agruparse en escuelas, generando dos niveles: nivel del estudiante y nivel de la escuela. Cuando los análisis multinivel consideran esta estructura anidada, los resultados estadísticos tienden a ser más precisos y evitar sesgos.

Tabla 6.1. Modelos multinivel para la competencia matemática

	Base	Creencias y participación	Disposición, creencias y participación	ODA	Final
Número de estudiantes	6035	2021	4043	1992	1992
Mujer	-0,361***	-0,266***	-0,394***	-0,418***	-0,345***
Castellano	0,200***	0,187*	0,221*	0,248**	0,233**
Familia monoparental	-0,044	-0,035	-0,056	-0,042	-0,025
Educación inicial (Más de 1 año)	0,109***	0,090	0,128*	0,103†	0,113
Educación inicial (1 año o menos)	0,027**	-0,045	0,010	0,007	0,016
Repitió	-0,220***	-0,162***	-0,207***	-0,160**	-0,138*
No atraso escolar	0,438***	0,395***	0,523***	0,352***	0,370***
Riqueza en el hogar	0,036*	0,007	0,030	0,018	0,012
Motivación intrínseca			0,062*		
Apertura a la resolución de problemas			0,175***		
Atribuciones al fracaso			-0,226***		
Autoeficacia matemática		0,239***	0,368***		
Normas amigos		-0,236***	-0,341***		
Participación en actividades matemáticas		-0,115**	-0,124**		
Ansiedad hacia la matemática		-0,294***			-0,254***
Autoconcepto matemático		0,330***			0,339
Experiencia con tareas (Mat. formal)				0,172***	0,121***
Familiaridad con conceptos matemáticos				0,106***	0,093***
Exposición a problemas (Mat. aplicada)				-0,077***	-0,059***
Exposición a problemas (Mat. formal)				0,159***	0,098***
Exposición a problemas (Mat. texto)				0,043†	0,045*
Orientación en la enseñanza (instrucción general)				-0,107***	-0,152***
Manejo de clase				-0,086**	-0,086**
Número de escuelas	240	239	239	240	240
IE de gestión pública	-0,418***	-0,524***	-0,412***	-0,458***	-0,456***
IE medianamente pequeña	-0,230***	-0,208**	-0,233***	-0,232***	-0,236***
IE pequeña	-0,412***	-0,362***	-0,407***	-0,422***	-0,423***
Alta proporción de mujeres en la IE	0,297**	0,240*	0,263*	0,388**	0,348**
Computadoras con internet	0,169***	0,180***	0,177***	0,162***	0,162***
Autonomía escolar - asignación de recursos	0,126***	0,102**	0,130***	0,125***	0,126***

Nota 1: *** $p < 0,001$, ** $p < 0,01$, * $p < 0,05$, † $p < 0,1$

Nota 2: En todos los modelos multinivel los coeficientes de regresión fueron estandarizados. Además, las variables no significativas fueron eliminadas, a excepción de las variables individuales y escolares de control incluidas en el modelo base.

Fuente: OECD Base de datos PISA 2012.

Elaboración propia.

Los índices de ajuste de estos modelos se muestran en la tabla 6.2. En general, se aprecia que los modelos parciales y sobre todo el modelo final se ajustaron mejor a los datos que el modelo base. Específicamente, los AIC y BIC ajustados a la muestra disminuyeron considerablemente, mientras que los CFI y TLI se mantuvieron en 1 y los RMSEA y SRMR continuaron siendo 0.

Tabla 6.2. Índices de ajuste de los modelos multinivel para la competencia matemática

	Base	Creencias y participación	Disposición, creencias y participación	ODA	Final
AIC	13 082,731	4 152,993	8 639,776	4 282,209	4 092,688
BIC ajustado al tamaño de la muestra	13 022,761	4 099,439	8 577,232	4 224,133	4 029,772
CFI	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
TLI	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
RMSEA	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
SRMR nivel estudiante	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
SRMR nivel escuela	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000

Fuente: OECD Base de datos PISA 2012.
Elaboración propia.

6.1.1 Modelo base

En la tabla 6.1 se presenta los resultados para el modelo multinivel base. De todas las variables incluidas, tres muestran un efecto predominante a nivel individual: género ($\beta = -0,361$, $p < 0,001$), no poseer atraso escolar ($\beta = 0,438$, $p < 0,001$) y haber repetido al menos un grado en primaria o secundaria ($\beta = -0,220$, $p < 0,001$). Así, se muestra un efecto de género consistente a favor de los estudiantes hombres, quienes obtienen mejores resultados que sus pares mujeres en relación con la competencia matemática evaluada. Además, los estudiantes que se encuentran en la edad normativa de matrícula escolar y que no poseen historial de repetición tienden a presentar un mejor rendimiento en matemática. Adicionalmente, tener como lengua materna el castellano y haber asistido a educación inicial por más de un año representa una ventaja para el desarrollo de la competencia matemática. También se puede observar en el modelo base que, en general, la riqueza familiar influye de manera directa en el rendimiento en matemática.

A nivel escolar, los resultados del modelo base revelan inequidades en función al tipo de gestión de la escuela, con una brecha entre colegios públicos y privados moderadamente grande ($\beta = -0,418$, $p < 0,001$). El tamaño de la escuela también se relaciona con el rendimiento en matemática, ya que colegios moderadamente pequeños y pequeños tienden a presentar promedios más bajos en matemática comparados con los más grandes ($\beta = -0,412$, $\beta = -0,230$; $p < 0,001$, respectivamente). De acuerdo con lo anterior, la presencia de recursos en la escuela, aproximada por el número de computadoras con internet, sugiere que mientras los recursos materiales en la escuela incrementan, el promedio escolar también tiende a hacerlo. De manera similar, mayores niveles de autonomía de la escuela para la asignación de recursos también suelen redundar en mejores resultados en matemática. Finalmente, en colegios donde existe una alta proporción de mujeres, el rendimiento de los estudiantes suele ser mayor ($\beta = 0,297$, $p < 0,01$). Sobre este último punto, como se mencionó anteriormente, es necesario realizar otros estudios que permitan profundizar estos hallazgos, puesto que se mantienen las tendencias generales donde los hombres suelen tener un mayor rendimiento en matemática a comparación de sus pares mujeres.

6.1.2 Modelos parciales

En la tabla 6.1 se presentan los resultados del modelo que integra las siguientes variables: disposiciones hacia la matemática, creencias sobre uno mismo y participación; excepto las variables de ansiedad hacia la matemática y autoconcepto matemático, que fueron incorporadas en un modelo parcial previo. Estos resultados fueron ajustados por los factores del modelo base.

Respecto de las variables de disposiciones hacia la matemática, los resultados sugieren que a medida que la motivación intrínseca ($\beta = 0,062$, $p < 0,05$) y la apertura hacia la resolución de problemas ($\beta = 0,175$, $p < 0,001$) se incrementan, los niveles de rendimiento en matemática también tienden a aumentar. En paralelo, respecto de la atribución al fracaso, mientras menos lo atribuyen a ellos mismos o a factores internos, mayor será su rendimiento en matemática ($\beta = -0,226$, $p < 0,001$). Esta conclusión se relaciona con lo expuesto en la literatura: mientras los estudiantes asuman la responsabilidad de su propio fracaso, mejor será su rendimiento debido a que asumen el control del mismo.

En cuanto a las creencias sobre sí mismo, se aprecia que a medida que incrementan el autoconcepto ($\beta = 0,330$, $p < 0,001$) y la autoeficacia ($\beta = 0,368$, $p < 0,001$), el rendimiento en matemática suele aumentar. Por el contrario, mientras se reducen los niveles de ansiedad hacia las matemáticas ($\beta = -0,294$, $p < 0,001$) y los estudiantes perciben en menor medida que a sus pares les interesa y les importa la matemática ($\beta = -0,341$, $p < 0,001$), es más probable obtener mejores resultados en matemática.

La tabla 6.1 también describe los resultados correspondientes a los factores relacionados con las oportunidades de aprendizaje (ODA) en matemática. En lo referido a la cobertura curricular, se observa que a mayor experiencia con tareas de matemática formal ($\beta = 0,172$, $p < 0,001$), exposición a problemas matemáticos formales ($\beta = 0,159$, $p < 0,001$) y familiaridad con conceptos matemáticos ($\beta = 0,106$, $p < 0,001$), mayor será el incremento respecto del rendimiento en matemática. En cambio, una mayor exposición a problemas de matemática aplicada ($\beta = -0,077$, $p < 0,001$) se asocia de manera negativa con el rendimiento matemático. Así, los resultados sugieren que, en términos generales, la exposición a contenidos curriculares y la solidez conceptual en el área de matemática podrían tener un efecto positivo en el rendimiento en matemática. No obstante, es necesario profundizar sobre lo sucedido con las tareas con contenidos y contextos más cotidianos, como se discutirá en el siguiente capítulo.

En cuanto a los facilitadores del aprendizaje, se encontró que una mayor orientación de la enseñanza general durante la clase ($\beta = -0,107$, $p < 0,001$) y una mayor demanda para el manejo de la clase ($\beta = -0,086$, $p < 0,01$) pueden repercutir negativamente sobre el rendimiento matemático. En otras palabras, mientras los estudiantes perciban que el manejo de clase sea más focalizado, más ordenado y existan menores demandas en el control de la clase, mayor probabilidad tendrán de poder concentrarse en el contenido matemático y, por lo tanto, de incrementar sus habilidades matemáticas.

6.1.3 Modelo final

En la tabla 6.1 se presenta los resultados para el modelo multinivel más completo que se pudo obtener, denominado final, dada la limitación en la modalidad de formas rotadas empleada en el cuestionario del estudiante de PISA. El objetivo general consistió en integrar en un solo modelo multinivel todos los modelos parciales elaborados; sin embargo, solo fue posible incluir en un mismo modelo las siguientes variables: cobertura curricular, facilitadores del aprendizaje y algunas de creencias sobre sí mismo.

Las tendencias descritas en las secciones previas se mantienen constantes en este modelo multinivel final. Sin embargo, algunos de estos factores sobresalen; por ejemplo, el efecto más destacado es el de autoconcepto matemático seguido por el efecto de ansiedad hacia la

matemática. De este modo, controlando por las otras variables incluidas en el modelo, se aprecia que a medida que los estudiantes se perciban más competentes y buenos para la matemática ($\beta = 0,339$, $p < 0,001$) y menos preocupados o tensos al afrontar diferentes tareas matemáticas ($\beta = -0,254$, $p < 0,001$), el rendimiento en matemática tiende a incrementarse.

Dentro de las variables relacionadas con la cobertura curricular en matemática, resalta la importancia de también exponer a los estudiantes a tareas matemáticas formales ($\beta = 0,121$, $p < 0,001$). Asimismo, es interesante notar que una mayor orientación general en la enseñanza de la matemática, mediante las prácticas pedagógicas directivas, podría ser perjudicial para el rendimiento en matemática de los estudiantes ($\beta = -0,152$, $p < 0,001$).

6.1.4 Efecto de las diferencias entre estudiantes y entre escuelas en la competencia matemática

Debido a que los estudiantes se agrupan en escuelas, todos los modelos presentados han sido estimados considerando que el rendimiento en matemática tiene dos fuentes de variación: entre los estudiantes (dentro de las escuelas) y entre las escuelas.

La tabla 6.3 presenta la descomposición de la varianza total del rendimiento en matemática para cada uno de los modelos multinivel. En primer lugar, se indica la descomposición de la varianza cuando no se considera la influencia de ningún factor en el rendimiento en matemática (modelo no condicional o nulo). Se puede apreciar que alrededor del 45,0 % de las diferencias en el rendimiento en matemática corresponderían a diferencias entre las escuelas, reflejando inequidades educativas entre escuelas. El restante 55,0 % de la variación en el puntaje de matemática podría ser explicado por las diferencias individuales entre estudiantes.

Tabla 6.3. Descomposición de las varianzas según diferencias en la competencia matemática entre estudiantes y entre escuelas

	No condicional	Base	Creencias y participación	Disposición, creencias y participación	ODA	Final
Número de estudiantes	6035	6035	2021	2021	1992	1992
Número de escuelas	240	240	239	239	240	240
Varianza no explicada^a						
Entre estudiantes	0,557	0,467	0,373	0,404	0,413	0,369
Entre escuelas	0,467	0,135	0,138	0,126	0,131	0,135
Correlación intraclase						
	0,456					
Varianza explicada^b						
Nivel del estudiante		0,162	0,330	0,275	0,259	0,338
Nivel de la escuela		0,711	0,704	0,730	0,719	0,711

^a Las varianzas fueron significativas al nivel $p < 0,001$

^b Proporción de varianza explicada en comparación con el modelo no condicional.

Fuente: OECD Base de datos PISA 2012.

Elaboración propia.

Las últimas dos filas de la tabla 6.3 muestran la proporción de varianza que factores individuales y escolares explican en referencia a las varianzas del modelo no condicional. Por ejemplo, los factores escolares incluidos en el modelo base explican alrededor del 70,0 % de la variación del rendimiento matemático presentada en el modelo no condicional. En otras palabras, el tipo de gestión de educativa, el tamaño de la IE, la composición de género en la IE, la tenencia de computadoras con internet y el nivel de autonomía para la asignación de recursos explican conjuntamente más de las dos terceras partes de las diferencias entre escuelas. Además, los resultados sugieren que alrededor del 34,0 % de la variación del rendimiento matemático dentro de las escuelas se deben a las características del estudiante vinculadas con las creencias sobre sí mismo, la cobertura curricular y los facilitadores del aprendizaje.

Todos estos resultados presentados en la primera parte de este capítulo brindan una descripción general sobre cómo los factores individuales y escolares se relacionan con el rendimiento en matemática. Sin embargo, es posible profundizar nuestro entendimiento respecto de cómo estos factores se relacionan con las brechas de género en el rendimiento en matemática. Este tópico se escogió porque las desigualdades en la competencia matemática entre estudiantes hombres y mujeres son una de las más resaltantes en nuestro país, sobre todo en el nivel secundario. Más aún, a comparación de otros países, Perú es uno de los países donde las brechas de género son más amplias; esto sugiere que las inequidades de género son significativas y suelen desfavorecer a las estudiantes mujeres (Organisation for Economic Co-operation and Development, 2013e; Organización de las Naciones Unidas para la Educación la Ciencia y la Cultura, 2015). Por ello, en la siguiente sección se presenta los resultados que muestran algunas vías por las que las diferencias entre estudiantes hombres y mujeres reflejan inequidades en el rendimiento en matemática.

6.2 Brecha de género en la competencia matemática

Las estimaciones del efecto directo de género documentado en los resultados de los análisis multinivel varían entre -0,266 y -0,418 (Ver tabla 6.1). Estas diferencias entre los coeficientes se deben a la presencia o a la ausencia de otras variables en cada modelo multinivel y obedecen a dos supuestos implícitos en todos los análisis realizados hasta ahora: (i) el efecto es constante y (ii) el efecto total es directo únicamente. Por ello, para explorar las brechas de género en la competencia matemática de manera más detallada, se decidió estimar modelos que permitan relajar estos dos supuestos. Una manera de hacerlo es mediante la estimación de modelos multinivel de moderación y de mediación.

En primer lugar, los modelos multinivel presentados asumen que el efecto de género es constante; en otras palabras, que no varía en función de los valores de otros factores incluidos en el modelo. Por ejemplo, se asume que las diferencias de género son las mismas al margen del nivel socioeconómico; es decir, se supone que -0,345 es la misma diferencia estimada para estudiantes de niveles socioeconómicos bajo, medio y alto en el modelo multinivel final; aunque esto no es necesariamente cierto o plausible. De modo similar, se asume que el efecto de género es el mismo al margen de los otros factores incluidos en los modelos multinivel, como gestión escolar, diferentes oportunidades de aprendizaje, niveles motivacionales o distintas creencias sobre las matemática, entre otros.

Para analizar si los efectos de género dependen de las características individuales, se estimaron interacciones entre género y todas las variables individuales. Al respecto, no se encontraron evidencias empíricas que sugieran que el efecto de género varía dependiendo de estas características. Estos resultados indican que las diferencias en la competencia matemática entre estudiantes hombres y mujeres que se encuentran próximos a terminar su educación secundaria tienden a ser sistemáticas y generales, al margen de las características individuales consideradas en todos los análisis multinivel.

Para explorar si el efecto de género cambia en función de las características escolares fue necesario primero estimar si este efecto varía entre escuelas. Los resultados indicaron que el efecto aleatorio de género no es significativo; es decir, los datos sugieren que las diferencias de género tienden a ser constantes entre las escuelas, lo cual implica que el efecto de género es también constante al margen de las diferentes características escolares presentadas en los modelos multinivel.

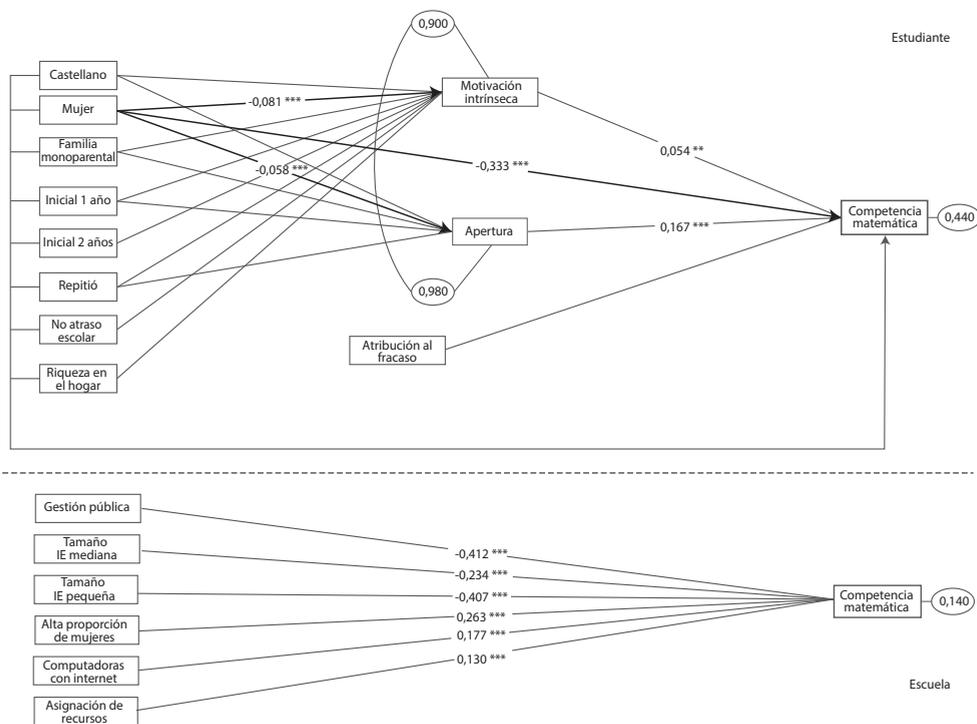
En segundo lugar, los modelos multinivel presentados asumen que el efecto de género es solamente directo; es decir, que el género no influye en otros factores que a su vez tienen un efecto sobre el rendimiento en matemática. Sin embargo, los efectos de género estimados pueden ser descompuestos en, por lo menos, dos partes: un efecto directo y un efecto indirecto. De esta manera, después de estimar varios modelos de mediación preliminares, se seleccionaron los dos modelos con efectos estadísticamente significativos¹⁴. Así, los modelos representados en los gráficos 6.1 y 6.2 son modelos de mediación multinivel del efecto de género a través de algunos factores individuales.

Cabe aclarar que un modelo de mediación es aquel en donde una variable predictora (X) afecta de manera significativa a una de criterio (Y) siempre y cuando se incluya una tercera variable llamada mediadora (Z). Así, se origina la cadena causal $X \rightarrow Z \rightarrow Y$, generando un modelo de mediación simple. En este caso, el efecto directo se refiere a la influencia que tiene la variable predictora sobre la variable de criterio, sin la interferencia de la variable mediadora. Por su parte, el efecto indirecto corresponde a la influencia que tiene la variable predictora sobre la variable de criterio, pasando primero por la variable mediadora (Ato y Vallejo, 2011).

Los resultados en el gráfico 6.1 muestran el efecto de género sobre la competencia matemática mediado por motivación intrínseca y apertura a la resolución de problemas. De manera consistente con los resultados descriptivos presentados en los capítulos anteriores, el efecto de género en motivación intrínseca y apertura hacia la resolución de problemas estuvo en contra de las mujeres; en otras palabras, las estudiantes mujeres tendieron a reportar menores niveles en esos dos factores que sus pares hombres.

¹⁴ Los resultados de los modelos de mediación multinivel fueron controlados por las características individuales y escolares usadas en los análisis multinivel. Se estimaron los efectos indirectos de género sobre el rendimiento matemático mediante todas las variables de disposiciones hacia la matemática, creencias sobre sí mismo y oportunidades de aprendizaje.

Gráfico 6.1. Mediación del efecto de género a través de disposiciones hacia la matemática¹⁵



Fuente: OECD Base de datos PISA 2012.
Elaboración propia.

¹⁵ La bondad de ajuste del modelo se estimó en cada nivel por SRMR (dentro de escuelas) = 0,025, SRMR (entre escuelas) = 0,000. Todos los coeficientes son estadísticamente significativos de acuerdo a *** $p < 0,001$, ** $p < 0,01$, * $p < 0,05$. Las relaciones no significativas no son mostradas.

Más aún, los efectos de motivación intrínseca y apertura a la resolución de problemas son positivos; es decir, a medida que los puntajes de ambos factores se incrementan, el rendimiento en matemática también aumenta. Esto implica que el efecto indirecto de género (aquel que se produce a través de la motivación intrínseca y la apertura a la resolución de problemas) es negativo; en otras palabras, a medida que las diferencias, por género, en las puntuaciones de motivación intrínseca y apertura para resolver problemas matemáticos se incrementan, también se amplían las diferencias en el rendimiento matemático entre hombres y mujeres. Sumado al efecto directo, donde la brecha de género desfavorece a las mujeres, las diferencias de género no se reducen a través de la motivación intrínseca y la apertura a la resolución de problemas, sino que se incrementan (Ver tabla 6.4).

Tabla 6.4. Efectos indirectos de género a través de disposiciones hacia la matemática

Efectos en el modelo de mediación	Coefficientes
Efecto indirecto a través de motivación intrínseca ^a	-0,004 *
Efecto indirecto a través de apertura a la resolución de problemas ^a	-0,010**
Efecto total de género ^b	-0,347***

^a Obtenido mediante la multiplicación de los efectos directos que componen el camino entre género y la variable de criterio (competencia matemática).

^b Obtenido mediante la suma del efecto directo de género (-0,333) y de los efectos indirectos de género (-0,004 y -0,010).

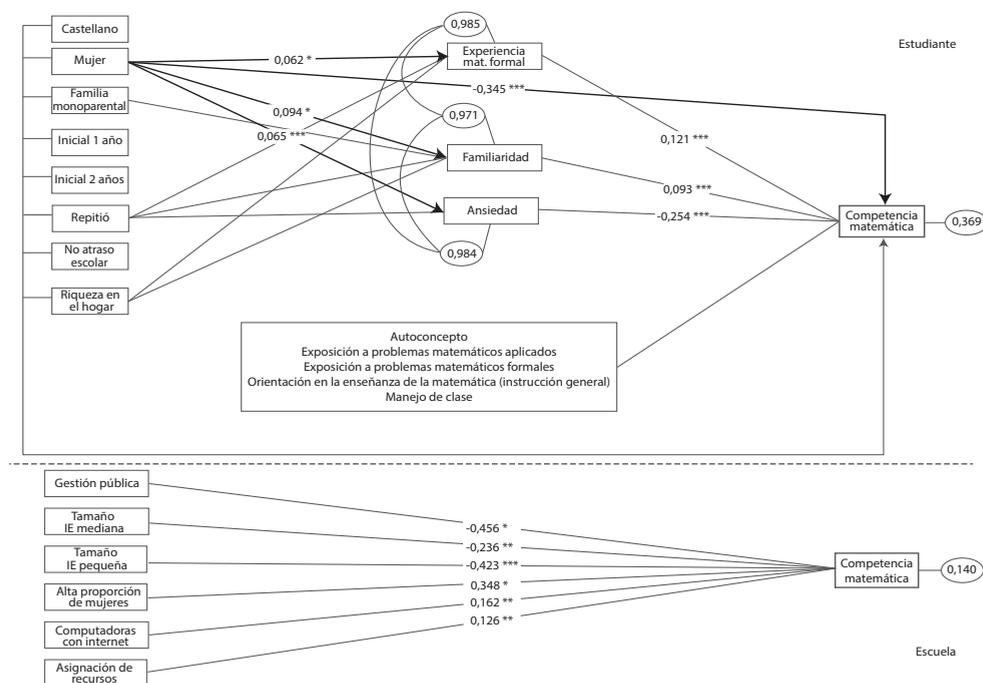
Nota: *** $p < 0,001$, ** $p < 0,01$, * $p < 0,05$

Fuente: OECD Base de datos PISA 2012.

Elaboración propia.

El segundo modelo de mediación, representado en el gráfico 6.2, muestra el efecto de género sobre la competencia matemática mediado por la ansiedad hacia la matemática, la experiencia con tareas de matemática formal y la familiaridad con conceptos. La manera de interpretar estos resultados es la misma que la empleada para interpretar el gráfico 6.1. En este caso, se observa que las estudiantes mujeres tienden a demostrar mayor ansiedad hacia la matemática, pero mayor experiencia con tareas de matemática formal y mayor familiaridad con conceptos matemáticos.

Gráfico 6.2. Mediación del efecto de género a través de creencias sobre sí mismo y cobertura curricular¹⁶



Fuente: OECD Base de datos PISA 2012.
Elaboración propia.

Esto redundante en dos tipos de efectos indirectos. El primero se presenta a través de la ansiedad, donde el efecto indirecto es negativo; en otras palabras, tiende a incrementar las brechas de género en contra de las mujeres. Sumado a ello, obsérvese que a medida que los niveles de ansiedad se incrementan, el rendimiento en matemática disminuye. Por tanto, se puede inferir que las brechas de género a través de la ansiedad matemática estaría en contra de las estudiantes mujeres (Ver tabla 6.5).

El segundo tipo de efecto indirecto no es consistente con la brecha en matemática a favor de los estudiantes hombres (efecto directo). Este es el caso del efecto de género a través de exposición a la matemática formal y a través de la familiaridad con conceptos matemáticos. En ambos casos los efectos indirectos son positivos, lo cual origina un incremento en la competencia matemática a favor de las mujeres, pues a medida que dichos factores se incrementan el rendimiento en matemática también tiende a aumentar. Por lo tanto, las vías a través de estos dos factores podrían reducir las diferencias en matemática que sistemáticamente perjudican a las mujeres (Ver tabla 6.5).

Sin embargo, si se consideran los tres efectos indirectos (a través de ansiedad hacia la matemática, de exposición a la matemática formal y de familiaridad con conceptos matemáticos) se observa que el efecto total de género sigue desfavoreciendo a las estudiantes mujeres. Más aún, solo el

¹⁶ La bondad de ajuste del modelo se estimó en cada nivel por SRMR (dentro de escuelas) = 0,054, SRMR (entre escuelas) = 0,000. Todos los coeficientes son estadísticamente significativos de acuerdo con *** $p < 0,001$, ** $p < 0,01$, * $p < 0,05$. Las relaciones no significativas no son mostradas.

efecto indirecto de ansiedad hacia la matemática es mayor que la suma de los dos otros efectos indirectos (Ver tabla 6.5).

Tabla 6.5. Efectos indirectos de género a través de creencias sobre sí mismo y cobertura curricular

Efectos en el modelo de mediación	Coefficientes
Efecto indirecto a través de ansiedad hacia la matemática ^a	-0,017**
Efecto indirecto a través de experiencia con matemática formal ^a	0,008†
Efecto indirecto a través de familiaridad con conceptos ^a	0,009*
Efecto total de género ^b	-0,345***

^a Obtenido mediante la multiplicación de los efectos directos que componen el camino entre género y la variable de criterio (competencia matemática).

^b Obtenido mediante la suma del efecto directo de género (-0,345) y de los efectos indirectos de género (-0,017, 0,008 y 0,009).

Nota: *** $p < 0,001$, ** $p < 0,01$, * $p < 0,05$, † $p < 0,1$

Fuente: OECD Base de datos PISA 2012.

Elaboración propia.

En conclusión, algunos de los mecanismos para reducir la brecha de género en el rendimiento en matemática supondría reducir los niveles de ansiedad a las matemáticas, fomentar mayor familiaridad de conceptos matemáticos, aumentar la exposición a la matemática formal, incrementar niveles de motivación intrínseca y promover mayor apertura a la resolución de problemas matemáticos por parte de las estudiantes mujeres.

En la siguiente sección se presenta una discusión sobre los principales resultados encontrados en este estudio. Además, considerando estos hallazgos, se brinda una serie de sugerencias concretas para políticas educativas.

Capítulo 7

Discusión y recomendaciones

El presente estudio tuvo como objetivo comprender qué factores se asocian con el desarrollo de la competencia matemática de los estudiantes peruanos próximos a concluir la educación secundaria, en el marco de la evaluación PISA 2012. En este capítulo se discutirán los principales hallazgos de este estudio y se propondrá un conjunto de recomendaciones de políticas y de acciones educativas, a fin de contribuir con el esfuerzo realizado por los distintos actores educativos para mejorar los logros de aprendizaje de los estudiantes.

Como se ha mencionado, en PISA 2012 se concibe a la competencia matemática como un conjunto de habilidades que permite a los estudiantes utilizar e interpretar conceptos y procedimientos matemáticos en una variedad de contextos, lo cual contribuye a que ejerzan su ciudadanía de manera activa y crítica. Los resultados de PISA 2012, en general, evidencian que gran parte de los estudiantes peruanos que están próximos a concluir la educación básica no ha logrado desarrollar su competencia matemática de manera satisfactoria. Esto es preocupante, pues no serían capaces de emplear sus conocimientos matemáticos para afrontar situaciones de la vida cotidiana y participar activamente en la sociedad.

Para aproximarse a la comprensión de estos resultados, se brindan cuatro grandes conclusiones correspondientes a los principales hallazgos del presente estudio, como se detalla a continuación: 1) La existencia de desigualdades en el desarrollo de la competencia se asocia con las características de los estudiantes y de las escuelas a las que ellos asisten; 2) El desarrollo de la competencia matemática se ve influenciado por la manera en que los estudiantes se conciben respecto del aprendizaje de la matemática y del grado de compromiso puesto en dicho aprendizaje; 3) Las actividades de aprendizaje a las que son expuestos los estudiantes son claves para el desarrollo de la competencia matemática, así como la manera en que estas se brindan en el aula; y 4) Existe un comportamiento diferenciado de los factores relacionados con los procesos de enseñanza-aprendizaje según el género del estudiante.

Respecto de la primera conclusión, se concluye que el rendimiento matemático se distribuye de forma desigual entre determinados grupos poblacionales de acuerdo con las características de los estudiantes y de las escuelas a la que pertenecen. Como se reporta en otros estudios realizados en el contexto educativo peruano (Ministerio de Educación del Perú – Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes, 2016a; Ministerio de Educación del Perú – Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes, 2016b; Organisation for Economic Co-operation and Development, 2013e; Organización de las Naciones Unidas para la Educación la Ciencia y la Cultura, 2008, 2015), se presenta prácticamente el mismo patrón en los resultados: logros insuficientes en la competencia matemática, donde los estudiantes de zona rural, de menor nivel socioeconómico y con una lengua materna diferente al castellano, en especial si son mujeres, suelen ser los más desfavorecidos. Algunos aspectos que se podrían asociar a la generación de estas brechas corresponden a (i) características relacionadas con la trayectoria educativa de los estudiantes y (ii) condiciones en que se encuentran las escuelas a las que estos asisten.

En lo referido a la trayectoria educativa de los estudiantes, se evidencia la necesidad no solo de generar igualdad en el acceso a la educación formal desde los grados iniciales, sino a que esta se brinde adecuadamente; pues consolidar los primeros ciclos de escolaridad sigue siendo un

factor crucial en el logro de aprendizajes futuros de los estudiantes, sea en matemática o en otra área. De igual modo, otro factor que permitiría el desarrollo de la competencia matemática consiste en otorgar oportunidades de aprendizaje acordes con el desarrollo cognitivo de los estudiantes. De manera complementaria, urge establecer líneas de acción específicas para el trabajo con los estudiantes repitentes, ya que esta condición limita el desarrollo de la competencia matemática y alienta la deserción escolar si no se toman las medidas adecuadas.

En lo concerniente a las condiciones en que se encuentran las escuelas, el tipo de gestión y el tamaño de las mismas, así como el equipamiento con el que cuentan y el uso que le dan a los materiales educativos, también se vinculan con el rendimiento académico en el área de matemática. De acuerdo con esto, es importante que el Estado continúe con los esfuerzos por mejorar la infraestructura de las instituciones y la distribución oportuna de los materiales educativos para un buen inicio del año escolar. Paralelamente, se debería seguir apostando por que las instancias de gestión descentralizada tengan un rol más activo en el acompañamiento y monitoreo de las escuelas de su jurisdicción. Para el caso de Matemática, este acompañamiento debería enfatizar la comprensión conceptual del área y su aplicabilidad a la vida diaria de los estudiantes.

El presente estudio no solo ha buscado analizar variables de tipo estructural que requieren de intervenciones intersectoriales e integrales, sino profundizar en variables relacionadas con los procesos de enseñanza-aprendizaje vinculados con la competencia matemática, sobre las que el sector educativo tiene un mayor margen de intervención. Por ello, cuestiones como las disposiciones de los estudiantes frente a la matemática y sus propias creencias sobre cómo abordar los aprendizajes matemáticos, así como las oportunidades de aprendizaje en matemática brindadas en el contexto escolar (vistas desde la cobertura curricular en el marco de las acciones del docente para brindar una práctica pedagógica y entornos de aprendizaje apropiados), representan factores fundamentales para aproximarse a la comprensión de los resultados obtenidos.

En cuanto a la segunda conclusión, los hallazgos de este estudio destacan que, al momento de analizar el desarrollo de la competencia matemática para el caso peruano, es necesario considerar qué tan competente se siente un estudiante respecto del aprendizaje de la matemática, de la disposición que presente frente a dicha área y de la manera en que se involucra en la misma. De este modo, es altamente probable que un estudiante que se conciba capaz de afrontar diversas situaciones matemáticas y le genere disfrute abordarlas, también se comprometa más con su aprendizaje, lo cual podría originar un mejor desarrollo de la competencia matemática. Sin embargo, niveles altos de ansiedad y una inadecuada atribución al fracaso por parte de los estudiantes podrían interferir con su aprendizaje matemático y ocasionar que se involucren menos en actividades relacionadas con la matemática.

Los efectos de estas variables sobre el desarrollo de la competencia matemática evidencian el rol activo que cumple el estudiante en el proceso de enseñanza-aprendizaje, y que en dicho proceso no solo importa lo que el profesor le brinde al estudiante, sino también las reacciones que un área académica, como la matemática, le genera al estudiante. Por ello, la influencia positiva de la calidad de las actividades matemáticas a las que el estudiante es expuesto podría verse mermada si se cuenta con estudiantes con alta ansiedad matemática, poco motivados, con actitudes negativas o con atribuciones inadecuadas en relación con la matemática. Esto implica que el ejercicio docente no solo se enfoque en los aspectos netamente instruccionales, sino también en aquellas características del estudiante que podrían provocar que se interese o se involucre en su aprendizaje matemático.

En este sentido, se sugiere que las políticas que se enfoquen en los procesos de enseñanza-aprendizaje de la matemática consideren los afectos, las motivaciones y las disposiciones del estudiante frente a dicha área. Por ejemplo, los programas de capacitación al docente y de apoyo al estudiante deberían incluir dichas variables para complementar los aspectos instruccionales.

Así, es importante que los docentes desarrollen estrategias que generen en sus estudiantes una real satisfacción al realizar tareas matemáticas, enfatizando su utilidad en diferentes ámbitos de la vida; y también es crucial que los docentes reflexionen acerca de su propio ejercicio profesional, con el objetivo de emprender acciones que eviten mantener o incrementar creencias negativas en los estudiantes respecto de su aprendizaje matemático.

En lo referido a la tercera conclusión, los resultados evidencian la relevancia de las oportunidades de aprendizaje como factores que influyen en el desempeño matemático de los estudiantes peruanos. En particular, destacan los factores vinculados con la cobertura curricular, sobre todo el efecto positivo generado por la experiencia de los estudiantes con tareas de matemática formal, el grado de exposición que poseen frente a problemas de matemática formal y la mayor familiarización con conceptos matemáticos. Este resultado revelaría que los estudiantes con un conocimiento más sólido sobre los fundamentos matemáticos poseerían mayores herramientas como base para la resolución de situaciones problemáticas que requieren integrar nociones y procedimientos, sobre todo en contextos reales; ya que se debe considerar que la evaluación de la competencia matemática en PISA contempla la capacidad del estudiante para formular, emplear e interpretar situaciones problemáticas reales.

Respecto de las actividades con contenidos y contextos más cotidianos, es probable que este tipo de tareas aún no se esté trabajando con mucha frecuencia o con el énfasis debido en el aula, a comparación de aquellas que priorizan nociones y procedimientos matemáticos más formales. Quizá por esta razón la experiencia de los estudiantes con tareas de matemática aplicada no ha generado los resultados esperados sobre el desarrollo de la competencia matemática. No obstante, como se mencionó en el capítulo enfocado en oportunidades de aprendizaje, hay que recordar que esta clasificación de tareas matemáticas no sugiere una secuencia didáctica en la práctica docente. De todos modos, es necesario realizar más estudios que indaguen qué actividades matemáticas se desarrollan en el aula y que analicen su correspondencia con el enfoque de resolución de problemas, expuesto en diferentes documentos oficiales del sistema educativo peruano.

Además, este estudio evidencia que no solo es importante que el docente de matemática desarrolle apropiadamente los contenidos y las actividades relacionados con su área, sino que las prácticas pedagógicas influyen directamente en la manera en que las oportunidades de aprendizaje son ofrecidas a los estudiantes. Los resultados muestran que las prácticas instruccionales más directivas y que limitan el protagonismo de los estudiantes en su propio proceso de aprendizaje suelen generar dificultades en su desempeño matemático.

Puesto que se busca que los estudiantes tengan acceso a oportunidades matemáticas que les resulten significativas para su vida futura, se hace necesario que los docentes de matemática posean un conocimiento disciplinar y pedagógico sólido. De esta manera, el docente se encontraría bien preparado para cubrir los principales contenidos y realizar actividades de su área disciplinar. En este punto, cabe recordar que el desarrollo de la competencia matemática implica un cambio en el enfoque adoptado para su enseñanza y aprendizaje. Esto implica el abandono de un tipo de enseñanza-aprendizaje que enfatiza el seguimiento de reglas y de procedimientos, y, por el contrario, la incorporación de un enfoque que priorice la comprensión conceptual y la aplicabilidad de conocimientos a la vida cotidiana.

Por ello, es necesario que se continúe mejorando la formación inicial docente y que se invierta en capacitaciones de desarrollo profesional que fortalezcan las competencias docentes, para que estos puedan otorgar oportunidades de aprendizaje significativas a sus estudiantes. Aquí es importante continuar con los esfuerzos enfocados en brindar a los estudiantes mejores oportunidades de aprendizaje. Por ejemplo, la extensión del horario escolar en las instituciones educativas le otorga a los estudiantes de secundaria más tiempo de dedicación a diferentes áreas, entre ellas Matemática, brindándole acompañamiento mediante un sistema de tutoría. Para contar con mayores evidencias que orienten este tipo de iniciativas, se deberían realizar investigaciones

que recojan información sobre los tipos de actividades matemáticas que se desarrollan en el aula y el nivel de demanda cognitiva que involucran estas, para tener una visión más clara sobre cómo se está desarrollando la competencia matemática en nuestros estudiantes.

Por último, en cuanto a la cuarta conclusión del presente estudio, los resultados encontrados sugieren la existencia de brechas de género en el desarrollo de la competencia matemática que favorecen a los estudiantes hombres. Este hallazgo es consistente con los resultados de otras evaluaciones nacionales e internacionales (Ministerio de Educación del Perú – Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes, 2016a; Ministerio de Educación del Perú – Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes, 2016b; Organisation for Economic Co-operation and Development, 2013e; Organización de las Naciones Unidas para la Educación la Ciencia y la Cultura, 2008, 2015) y reafirmaría que, en el caso peruano, la distribución de estas diferencias no es uniforme en los diferentes niveles de escolaridad, acrecentándose durante la educación secundaria.

Aunque las diferencias en la competencia matemática en función del género del estudiante no son novedosas, este estudio brinda algunas vías por las que las brechas de género podrían ser reducidas. Para ser más precisos, fomentar en las estudiantes mujeres una mayor exposición a la matemática formal y una mayor familiaridad con conceptos matemáticos, incrementar sus niveles de motivación intrínseca, y reducir sus niveles de ansiedad hacia el aprendizaje de la matemática, podría acortar las brechas existentes entre el desempeño matemático de hombres y de mujeres.

Estos resultados podrían ser incorporados en las diferentes intervenciones que apuntan a promover la equidad en la enseñanza de la matemática en todos los estudiantes, al margen no solo de su género, sino de su nivel socioeconómico, su lugar de origen, su lengua materna, su región educativa o su tipo de escuela. Detalles más concretos sobre cómo implementar dichas medidas requieren profundizar más en el entendimiento de las brechas de género en el caso peruano y, sobre todo, identificar desde el aspecto pedagógico qué estrategias se podrían emplear para minimizar las mismas.

Para profundizar los hallazgos del presente estudio, se podría recomendar otras maneras de recoger información que se integren con la obtenida. Se sugiere complementar las mediciones de los factores relacionados con los procesos de enseñanza-aprendizaje con otros instrumentos de recojo de información (observaciones de clase, análisis de cuadernos, entrevistas a profundidad, entre otros), que permitan abordar la complejidad de estas variables y analizar su vinculación con el desarrollo de la competencia matemática. Asimismo, sería recomendable complementar los resultados mediante información que brinden los docentes de matemática, lo cual contribuiría al entendimiento de sus prácticas pedagógicas en esta área y daría una mejor aproximación a la comprensión del marco en el que se presentan las oportunidades de aprendizaje matemático y la generación de ciertas disposiciones, creencias y actitudes de los estudiantes frente a la matemática. Precisamente, en la próxima edición de la evaluación PISA se contará con cuestionarios dirigidos a los docentes peruanos.

Aunque se constituyen como un aporte sustancial para comprender las brechas de género en matemática, los modelos de mediación presentados solo establecen algunas vías explicativas por las que estas diferencias podrían reducirse. De esta manera, para complementar el entendimiento de las desigualdades entre hombres y mujeres respecto de la competencia matemática, se podría elaborar otro tipo de investigaciones. Por ejemplo, estudios que se centren en diferentes grados escolares, datos longitudinales, análisis de clases latentes, inclusión de otros contextos sociales además de la escuela y datos cualitativos, podrían profundizar respecto de las razones que sustentan las diferencias de género en nuestro país.

Una limitación importante del presente estudio consiste en la falta de un índice socioeconómico suficientemente robusto que permita comprender mejor los resultados en el contexto peruano. A pesar de que en este estudio se empleó un indicador de riqueza en el hogar como valor aproximado

del nivel socioeconómico del estudiante, este no demostró una alta capacidad explicativa. Por lo tanto, para futuros estudios se recomienda emplear una mayor cantidad de indicadores que reflejen las condiciones socioeconómicas de los estudiantes peruanos y de sus familias, pues algunos de los indicadores considerados por la OECD para medir el estatus socioeconómico y cultural de los estudiantes (ESCS por sus siglas en inglés) no parecen funcionar adecuadamente en el caso peruano ni en otros países latinoamericanos (Benavides, León y Etesse, 2014; Guadalupe y Villanueva, 2013).

Finalmente, se resalta la intención de este estudio por contribuir en el análisis de los principales factores individuales y escolares que influyen en la competencia matemática de los estudiantes próximos a concluir su educación básica obligatoria, enfatizando aquellos relacionados con el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática. Para concretar las sugerencias brindadas según las evidencias de este estudio, se requiere de la participación y del compromiso de varios actores para impulsar el desarrollo de la competencia de los estudiantes peruanos y reducir las diferencias aún existentes en los logros de aprendizaje matemático. Para ello, deben desarrollarse medidas sostenidas y efectivas relacionadas con los procesos de enseñanza-aprendizaje de la matemática; y de esta manera asegurar que todos los estudiantes desarrollen las competencias básicas requeridas para ser ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos.

Referencias

- Ajzen, I. (1991). The Theory of Planned Behavior. *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, 50, 179–211.
- Alexander, K. L., Entwisle, D. R. y Dauber, S. L. (2003). *On the Success of Failure*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Archambault, I., Pagani, L. S. y Fitzpatrick, C. (2013). Transactional associations between classroom engagement and relations with teachers from first through fourth grade. *Learning and Instruction*, 23, 1–9.
- Ashcraft, M. H. (2002). Math Anxiety: Personal, Educational, and Cognitive Consequences. *Current Directions in Psychological Science*, 11(5), 181–185.
- Ashcraft, M. H. y Kirk, E. P. (2001). The relationships among working memory, math anxiety, and performance. *Journal of Experimental Psychology: General*, 130(2), 224–237.
- Ato, M. y Vallejo, G. (2011). Los efectos de terceras variables en la investigación psicológica. *Anales de Psicología*, 27(2), 550–561.
- Baker, J. A. (1999). Teacher-student interaction in urban at-risk classrooms: differential behavior, relationship quality, and student satisfaction with school. *The Elementary School Journal*, 23(1), 57–70.
- Balarin, M. (2015). The default privatization of Peruvian education and the rise of low-fee private schools: better or worse opportunities for the poor? En *Comparative and International Education Society (CIES)*. Washington D. C.
- Bandura, A. (1997). *Self-Efficacy: the Exercise of Control*. New York: Freeman.
- Barber, M. y Mourshed, M. (2008). *Cómo hicieron los sistemas educativos con mejor desempeño del mundo para alcanzar sus objetivos* (PREAL Documento No. 41).
- Beltrán, A. F. y Seinfeld, J. N. (2006). *Hacia una educación de calidad en el Perú: el heterogéneo impacto de la educación inicial sobre el rendimiento escolar*. Lima: Centro de Investigación de la Universidad del Pacífico.
- Benavides, M., León, J. y Etesse, M. (2014). *Desigualdades educativas y segregación en el sistema educativo peruano. Una mirada comparativa de las pruebas PISA 2000 y 2009*. Lima: Grupo de Análisis para el Desarrollo.

- Blanco, R., Aguerro, I., Calvo, G., Cares, G., Cariola, L., Cervini, R., ... Zorrilla, M. (2008). *Eficacia escolar y factores asociados en América Latina y el Caribe. Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación*. Santiago de Chile: OREALC / UNESCO Santiago.
- Bolívar, A. (2009). Educación para la ciudadanía, competencias básicas y equidad. *Revista Espaço Pedagógico*, 2(16), 135–154.
- Claux, M., Young, A. y Kanashiro, Y. (2001). *Modelos psicológicos de la instrucción*. Lima: Ministerio de Educación del Perú.
- Congreso de la República del Perú. Ley General de Educación (2003). Lima: Congreso de la República del Perú.
- Consejo Nacional de Educación. (2007). *Proyecto educativo nacional al 2021. La educación que queremos para el Perú*. Lima: Consejo Nacional de Educación.
- Consejo Nacional de Educación. (2015). *Proyecto educativo nacional: balance y recomendaciones*. Lima: Consejo Nacional de Educación.
- Cornelius-White, J. (2007). Learner-centered teacher-student relationships are effective: A meta-analysis. *Review of Educational Research*, 77(1), 113–143.
- Cortez, R. (2001). *El atraso escolar en el Perú. Lecciones para una agenda política pública*. Lima: Centro de Investigación de la Universidad del Pacífico.
- Cueto, S. (2013). Evaluaciones estandarizadas del rendimiento escolar. *Boletín del Consejo Nacional de Educación*, 36, 1–41.
- Cueto, S., León, J. y Miranda, A. (2015). Características socioeconómicas y rendimiento de los estudiantes en el Perú. *Análisis y propuestas*, 28, 1–4.
- Cueto, S., León, J., Ramírez, C. y Guerrero, G. (2008). Oportunidades de aprendizaje y rendimiento escolar en Matemática y Lenguaje: Resumen de tres estudios en Perú. *Revista Electrónica Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*, 6(1), 29–41.
- Cueto, S., Ramírez, C. y León, J. (2003). *Eficacia escolar en escuelas polidocentes completas de Lima y Ayacucho*. Lima: Grupo de Análisis para el Desarrollo.
- Cueto, S., Ramírez, C., León, J. y Pain, O. (2002). *Oportunidades de aprendizaje y rendimiento en Matemática en una muestra de estudiantes de sexto grado de primaria de Lima*. Lima: Grupo de Análisis para el Desarrollo.

- Currie, J. y Thomas, D. (2000). School Quality and the Longer-Term Effects of Head Start. *The Journal of Human Resources*, 35(4), 755–774.
- De Guzmán, M. (1997). Matemáticas y sociedad: acortando distancias. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 32, 3–11.
- Downey, D., Von Hippel, P. y Broh, B. (2004). Are Schools the Great Equalizer? Cognitive Inequality during the Summer Months and the School Year. *American Sociological Review*, 69(5), 613–635.
- Emmer, E. T. y Gerwels, M. (2006). Classroom management in middle and high school classrooms. En C. M. Evertson y C. Weinstein (Eds.), *Handbook of Classroom Management: Research, practice, and contemporary issues* (pp. 407–437). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
- Entwisle, D. R., Alexander, K. L. y Olson, L. S. (1997). *Children, schools, and inequality*. Boulder: Westview Press.
- Espinola, V. (2000). *Autonomía Escolar: factores que contribuyen a una escuela más efectiva*. Washington D. C.: Banco Interamericano de Desarrollo.
- Evertson, C. M. y Weinstein, C. (2006). Classroom management as a field of inquiry. En C. M. Evertson y C. Weinstein (Eds.), *Handbook of Classroom Management: Research, practice, and contemporary issues* (pp. 3–15). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
- Fenstermacher, G. D. y Richardson, V. (2005). On Making determinations of quality teaching. *Teachers College Record*, 107(1), 186–213.
- Finn, J. D. (1989). Withdrawing From School. *Review of Educational Research*, 59(2), 117–142.
- Floden, R. (2002). The measurement of opportunity to learn. En A. C. Porter y A. Gamoran (Eds.), *Methodological advances in cross-national surveys of educational achievement* (pp. 231–266). Washington D. C.: National Academy Press.
- Freiberg, H. J., Huzinec, C. A. y Borders, K. (2008). Effects of classroom management on student achievement: a study of three inner-city middle schools and their comparison students. En *American Education Research Association Annual Meeting*. New York.
- Fuchs, T. y Wößmann, L. (2005). *Computers and Student Learning: Bivariate and Multivariate Evidence on the Availability and Use of Computers at Home and at School* (Ifo Working Papers No. 8).
- Fullarton, S. (2002). *Student engagement with school: individual and school-level influences* (LSAY Research Report No. 27).

- Galiani, S., Gertler, P. y Schargrodsy, E. (2005). School decentralization: Helping the good get better, but leaving the por behind. *Journal of Public Economics*, 92(10), 2106–2120.
- Ganimian, A. J. (2015). *Bajos resultados, altas mejoras. ¿Cómo les fue a los estudiantes peruanos de primaria y secundaria en las últimas evaluaciones internacionales?* Lima: Ministerio de Educación del Perú – Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes.
- Godino, J. (2004). *Didáctica de las Matemáticas para maestros*. Granada: Universidad de Granada.
- Goh, S. C. y Fraser, B. J. (1998). Teacher interpersonal behavior, classroom environment and student outcomes in primary mathematics in Singapore. *Learning Environments Research*, 1, 199–229.
- González Pienda, J., Núñez, J. C., González Pumariaga, S., Álvarez, L., Rocés, C., García, M., ... Valle, A. (2000). Autoconcepto, proceso de atribución causal y metas académicas en niños con y sin dificultades de aprendizaje. *Psicothema*, 12(4), 548–556.
- Goñi, J. (2008). *3º - 2 ideas clave. El desarrollo de la competencia matemática*. Barcelona: Graó.
- Guadalupe, C. y Villanueva, A. (2013). PISA 2009/2000 en América Latina: una relectura de los cambios en el desempeño lector y su relación con las condiciones sociales. *Apuntes*, 40(72), 157–192.
- Gunzelmann, B. y Connell, D. (2006). The new gender gap: Social, Psychological, Neurobiological, and Educational Perspectives. *Educational Horizons*, 84(2), 94–101.
- Hanushek, E. (2009). The economic value of education and cognitive skills. En G. Sykes, B. Schnider, D. N. Plank y T. G. Ford (Eds.), *Handbook of Educational Policy Research* (pp. 39–56). New York: Routledge.
- Hanushek, E., Link, S. y Wößmann, L. (2013). Does school autonomy make sense everywhere? Panel estimates from PISA. *Journal of Development Economics*, 104, 212–232.
- Hasan, S. S. y Khalid, R. (2014). Academic Locus of Control of High and Low Achieving Students. *Journal of Research and Reflections in Education*, 8(1), 22–33.
- Hashemi, M. R. y Zabihi, R. (2011). Learners' Attributional Beliefs in Success or Failure and Their Performance on the Interchange Objective Placement Test. *Theory and Practice in Language Studies*, 1(8), 954–960.
- Hattie, J. (2009). *Visible Learning: A synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement*. London: Routledge.

- Hauser, R. (2004). Progress in Schooling. En K. Neckerman (Ed.), *Social Inequality* (pp. 271–318). New York: Russell Sage Foundation.
- Hughes, J. N., Luo, W., Kwok, O. M. y Loyd, L. K. (2008). Teacher-student support, effortful engagement, and achievement: a 3-year longitudinal study. *Journal of Educational Psychology, 100*(1), 1–14.
- Hunt, B. C. (2009). *Efectividad del desempeño docente. Una reseña de la literatura internacional y su relevancia para mejorar la educación en América Latina* (PREAL Documento No. 43).
- International Association for the Evaluation of Educational Achievement. (2003). *TIMSS assessment frameworks and specifications*. Boston: International Study Center.
- Jacinto, C. y Terigi, F. (2007). *¿Qué hacer ante las desigualdades en la educación secundaria? Aportes de la experiencia latinoamericana*. Buenos Aires: IIPE-UNESCO.
- Jacob, B. y Lefgren, L. (2009). The Effect of Grade Retention on High School Completion. *American Economic Journal, 1*(3), 33–58.
- Jimenez, E. y Lockheed, M. E. (1995). *Public and Private Secondary Education in Developing Countries. A Comparative Study* (World Bank Discussion Papers No. 309).
- Johnson, G. M. (2006). A Theoretical Framework for Organizing the Effect of the Internet on Cognitive Development. En *World Conference on Educational Media and Technology*. Florida.
- Kelley, H. (1973). The Processes of Causal Attribution. *American Psychologist, 28*(2), 107–128.
- Kim, S. (2011). *The Effects of Internet Use on Academic Achievement and Behavioral Adjustment Among South Korean Adolescents: Mediating and Moderating Roles of Parental Factors* (Child and Family Studies - Dissertations No. 62).
- Kimura, D. (1992). Cerebro de varón y cerebro de mujer. *Investigación y Ciencia, 194*, 88–95.
- Kirby, J. R. y Lawson, M. J. (2012). *Enhancing the quality learning: dispositions, instruction and learning process*. New York: Cambridge University Press.
- Manacorda, M. (2012). The Cost of Grade Retention. *Review of Economics and Statistics, 94*(2), 596–606.
- McDonnell, L. (1995). Opportunity to learn as a research concept and a policy instrument. *Educational and Policy Analysis, 17*(3), 305–322.

- Meece, J. L., Wigfield, A. y Eccles, J. S. (1990). Predictors of math anxiety and its influence on young adolescents' course enrollment intentions and performance in mathematics. *Journal of Educational Psychology*, 82(1), 60–70.
- Mercer, S. (2011). *Towards an understanding of language learner self-concept*. Graz: Springer.
- Ministerio de Educación del Perú. (2009). Diseño curricular nacional de educación básica regular. Lima: Ministerio de Educación del Perú.
- Ministerio de Educación del Perú. (2015a). Estadística de la Calidad Educativa (ESCALE). Porcentaje de escuelas que cuentan con acceso a internet. Recuperado de <http://escale.minedu.gob.pe/>
- Ministerio de Educación del Perú. (2015b). Indicadores. Recuperado de <http://escale.minedu.gob.pe/>
- Ministerio de Educación del Perú – Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes. (2015c). *Informe de resultados de la Evaluación Muestral 2013. Sexto grado de primaria*. Lima: Ministerio de Educación del Perú – Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes.
- Ministerio de Educación del Perú – Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes. (2016a). Resultados de la Evaluación Censal de Estudiantes 2015. Recuperado de <http://umc.minedu.gob.pe/>
- Ministerio de Educación del Perú – Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes. (2016b). Resultados Generales 2007 – 2015 (MC). Recuperado de <http://umc.minedu.gob.pe/>
- Ministerio de Educación del Perú – Unidad de Medición de la Calidad Educativa. (2006). *Comprendiendo la escuela desde su realidad cotidiana: estudio cualitativo de cinco escuelas estatales de Lima*. Lima: Ministerio de Educación del Perú – Unidad de Medición de la Calidad Educativa.
- Ministerio de Educación del Perú – Unidad de Medición de la Calidad Educativa. (2013). *PISA 2012: primeros resultados. Informe nacional del Perú*. Lima: Ministerio de Educación del Perú – Unidad de Medición de la Calidad Educativa.
- Mistry, R., Benner, A., Biesanz, J., Clark, S. y Howes, C. (2010). Family and social risk, and parental investments during the early childhood years as predictors of low-income children's school readiness outcomes. *Early Childhood Research Quarterly*, 25(4), 423–449.

- Mizala, A., Romaguera, P. y Farren, D. (1997). Frontera de Producción Educacional y Eficiencia de la Educación en Chile. *Persona y Sociedad*, 2(1), 73–96.
- Myers, R. (1992). *The Twelve Who Survive: Strengthening Programmes of Early Childhood Development in the Third World*. London: Routledge.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2005). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston: National Council of Teachers of Mathematics.
- Oliver, M. L. y Shapiro, T. M. (1997). *Black Wealth / White Wealth. A New Perspective on Racial Inequality*. New York: Routledge.
- Oliver, R. M., Wehby, J. H. y Reschly, D. J. (2011). Teacher classroom management practices: effects on disruptive or aggressive student behavior. *Campbell Systematic Reviews*, 4, 1–55.
- Organisation for Economic Co-operation and Development. (2010). *PISA 2009 Results: What makes a school successful? Resources, policies and practices* (Vol. IV). OECD Publishing.
- Organisation for Economic Co-operation and Development. (2011a). *Results: Students on line. Digital technologies and performance* (Vol. VI). OECD Publishing.
- Organisation for Economic Co-operation and Development. (2011b). When students repeat grades or are transferred out of school: What does it mean for education systems? *PISA in Focus*, 6, 1–4.
- Organisation for Economic Co-operation and Development. (2013a). ¿Los estudiantes pueden obtener mejores resultados en las escuelas con aulas disciplinadas? *PISA in Focus*, 32, 1–4.
- Organisation for Economic Co-operation and Development. (2013b). *PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem solving and Financial Literacy*. OECD Publishing.
- Organisation for Economic Co-operation and Development. (2013c). *PISA 2012 Results: Excellence through Equity. Giving Every Student the Chance* (Vol. II). OECD Publishing.
- Organisation for Economic Co-operation and Development. (2013d). *PISA 2012 Results: Ready to Learn. Student's Engagement, Drive and Self-beliefs* (Vol. III). OECD Publishing.
- Organisation for Economic Co-operation and Development. (2013e). *PISA 2012 Results: What Students Know and Can Do – Student Performance in Mathematics, Reading and Science* (Vol. I). OECD Publishing.

- Organisation for Economic Co-operation and Development. (2014). *PISA 2012 Technical Report*. OECD Publishing.
- Organización de las Naciones Unidas. (2011). *Examen de las políticas de Ciencia, Tecnología e Innovación*. Ginebra: Organización de las Naciones Unidas.
- Organización de las Naciones Unidas para la Educación la Ciencia y la Cultura. (2008). *Los aprendizajes de los estudiantes de América Latina y el Caribe. Resumen Ejecutivo del primer reporte de resultados del segundo estudio regional comparativo y explicativo*. Santiago de Chile: OREALC / UNESCO Santiago.
- Organización de las Naciones Unidas para la Educación la Ciencia y la Cultura. (2015). *Informe de resultados del tercer estudio regional comparativo y explicativo. Cuadernillo 2: logros de aprendizaje*. Santiago de Chile: OREALC / UNESCO Santiago.
- Orr, A. J. (2003). Black-White Differences in Achievement: The Importance of Wealth. *Sociology of Education*, 76, 281–304.
- Pajares, F. (1996). Self-Efficacy Beliefs in Academic Settings. *Review of Educational Research*, 66(4), 543–578.
- Pintrich, P. y De Groot, E. (1990). Motivational and Self-Regulated Learning Components of Classroom Academic Performance. *American Psychological Association*, 82(1), 33–40.
- Pong, S.-L. (1997). Family Structure, School Context, and Eighth-Grade Math and Reading Achievement. *Journal of Marriage and Family*, 59(3), 734–746.
- Resnick, M., Bearman, P., Blum, R., Bauman, K., Harris, K., Jones, J., ... Udry, J. (1997). Protecting adolescents from harm: findings from the national longitudinal study on adolescent health. *Journal of the American Medical Association*, 278(10), 823–832.
- Rivas, A. (2015). *América Latina después de PISA*. Buenos Aires: Fundación CIPPEC.
- Rubin, D. (1987). *Multiple Imputation for Nonresponse in Surveys*. Hoboken: John Wiley y Sons, Inc.
- Ryan, R. M. y Deci, E. L. (2000). Self-determination theory and the facilitation of intrinsic motivation, social development, and well-being. *American Psychologist*, 55(1), 68–78.
- Schmidt, W. y Maier, A. (2009). Opportunity to learn. En G. Sykes, B. Schneider y D. Plank (Eds.), *Handbook of Education Policy Research* (pp. 541–559). New York: American Educational Research Association.

- Schmidt, W., Mcknight, C. C., Houang, R., Wang, H., Wiley, D., Cogan, L. S. y Wolfe, R. (2001). *Why Schools Matter: A Cross-National Comparison of Curriculum and Learning*. San Francisco: Jossey-Bass.
- Schmidt, W., Zoido, P. y Cogan, L. S. (2013). *Schooling matters: opportunity to learn in PISA 2012* (OECD Education Working Paper No. 95).
- Shinn, M. R., Ramsey, E., Walker, H. M., Stieber, S. y O'Neill, R. E. (1987). Antisocial behavior in school settings: Initial differences in an at-risk and normal population. *The Journal of Special Education*, 21, 69–84.
- Skovmose, O. (1997). Competencia democrática y conocimiento reflexivo en matemáticas. *Revista EMA*, 2(3), 191–216.
- Slavin, R. E. y Lake, C. (2008). Effective programmes in mathematics: A best evidence synthesis. *Review of Educational Research*, 78(3), 427–515.
- Small, G. y Vorgam, G. (2009). *El cerebro digital: Cómo las nuevas tecnologías están cambiando nuestra mente*. Barcelona: Urano.
- Vaillant, D. (2004). *Construcción de la profesión docente en América Latina. Tendencias, temas y debates* (PREAL Documento No. 31).
- Valero, P. (2006). *¿De carne y hueso? La vida social y política de la competencia matemática*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- Valero, P. y Skovmose, O. (2012). *Educación Matemática Crítica: Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas*. Bogotá: Universidad de los Andes.
- Valverde, G. y Näslund-Hadley, E. (2010). *La condición de la educación en matemáticas y ciencias naturales en América Latina y el Caribe*. Washington D. C.: Banco Interamericano del Desarrollo.
- Vegas, E. y Petrow, J. (2008). *Incrementar el aprendizaje estudiantil en América Latina. El desafío para el siglo XXI*. Bogotá: Banco Mundial.
- Vélez, E., Schiefelbein, E. y Valenzuela, J. (1994). Factores que afectan el rendimiento académico en la educación primaria. *Revista Latinoamericana de Innovaciones Educativas*, 17, 29–53.
- West, M. (2012). *Is Retaining Students in the Early Grades Self-Defeating?* (CCF Brief No. 49).
- World Bank. (2005). *Nota sobre los determinantes de la política en materia de aprendizaje*. Washington D. C: World Bank.

Wößmann, L., Schütz, G. y West, M. (2007). *School Accountability, Autonomy, Choice, and the Equity of Student Achievement: International Evidence from PISA 2003* (OECD Education Working Paper No. 13).

Zambrano, G. (2002). Las oportunidades de aprendizaje en lógico matemática: un estudio para cuarto grado de primaria. *Boletín UMC*, 22, 1–24.

Zambrano, G. (2004). Las oportunidades de aprendizaje en Matemática: un estudio para cuarto grado de secundaria. *Boletín UMC*, 26, 1–20.

Zimmerman, B., Bonner, S. y Kovach, R. (1996). *Developing Self-Regulated Learners. Beyond Achievement to Self-Efficacy*. Washington D. C.: American Psychological Association.

Anexos

Anexo A. Estructura de formas rotadas del cuestionario de estudiante PISA 2012

Forma A	Forma B	Forma C
Características del estudiante: edad, género, historia académica, asistencia a la escuela.		
Características de la familia y del hogar: ocupación y nivel educativo de los padres o apoderados, lengua materna, posesiones en el hogar, número de libros en el hogar.		
Motivación instrumental Motivación intrínseca Normas subjetivas Autoeficacia matemática Control percibido del rendimiento matemático Atribuciones al fracaso en matemática Trabajo ético en matemática Intenciones matemáticas Participación matemática Perseverancia Apertura a la resolución de problemas Estrategias de resolución de problemas	Autoconcepto matemático Ansiedad matemática Compromiso en la enseñanza de la matemática Orientación en la enseñanza de la matemática Activación cognitiva en las clases de matemática Clima disciplinario Apoyo del docente Manejo de clase Relación estudiante-docente Sentido de pertenencia a la escuela Actitudes hacia la escuela Control percibido de éxito en la escuela	Estrategias de aprendizaje (auto control) Clases fuera de la escuela Tiempo de estudio en la escuela Experiencias con tareas matemáticas aplicadas y formales Familiaridad con conceptos matemáticos Tiempo de aprendizaje de matemática Tamaño de la clase Oportunidades de aprendizaje (problemas de matemática aplicada, formal y de texto)
Estrategias de aprendizaje (auto control) Clases fuera de la escuela Tiempo de estudio en la escuela Experiencias con tareas matemáticas aplicadas y formales Familiaridad con conceptos matemáticos Tiempo de aprendizaje de matemática Tamaño de la clase Oportunidades de aprendizaje (problemas de matemática aplicada, formal y de texto)	Motivación instrumental Motivación intrínseca Normas subjetivas Autoeficacia matemática Control percibido del rendimiento matemático Atribuciones al fracaso en matemática Trabajo ético en matemática Intenciones matemáticas Participación matemática Perseverancia Apertura a la resolución de problemas Estrategias de resolución de problemas	Autoconcepto matemático Ansiedad matemática Compromiso en la enseñanza de la matemática Orientación en la enseñanza de la matemática Activación cognitiva en las clases de matemática Clima disciplinario Apoyo del docente Manejo de clase Relación estudiante-docente Sentido de pertenencia a la escuela Actitudes hacia la escuela Control percibido de éxito en la escuela

Fuente: OECD Reporte Técnico PISA 2012 (Organisation for Economic Co-operation and Development, 2014)
 Elaboración propia.

Anexo B. Procedimiento y análisis estadístico

La estrategia analítica de este estudio estuvo compuesta por una serie de pasos distribuidos en cuatro etapas: (I) la exploración o confirmación de las estructuras factoriales de las variables predictoras, (II) la exploración del comportamiento de las variables de interés mediante análisis descriptivos, correlacionales y comparativos, (III) la estimación de modelos multinivel (básicos, parciales y final), y (IV) la estimación de modelos multinivel de moderación y mediación para explorar de manera más detallada las brechas de género. Además, es importante señalar que los análisis realizados con imputación múltiple corresponden a los pasos de las etapas III y IV (modelos multinivel).

Primera etapa: exploración y/o confirmación de estructuras factoriales

Esta primera fase de análisis tuvo como objetivo principal explorar y/o confirmar las estructuras factoriales de los constructos pertenecientes a las siguientes dimensiones: disposición hacia la matemática, creencias sobre sí mismo en relación con la matemática, cobertura curricular y facilitadores del aprendizaje en la enseñanza de la matemática. El procedimiento general fue de orden confirmatorio; es decir, se intentó corroborar la estructura factorial subyacente a los indicadores, sugerida por PISA, usando análisis factorial confirmatorio para datos categóricos.

Cuando la estructura factorial sugerida por PISA no se pudo replicar, se analizaron nuevamente los datos usando primero un análisis factorial exploratorio y luego el respectivo análisis factorial confirmatorio. Para estos casos, los datos fueron divididos en dos partes iguales. En una de ellas se realizaron los análisis factoriales exploratorios para indicadores categóricos donde se estimaron las estructuras factoriales. Según estas estructuras sugeridas y usando la otra mitad de la base de datos se estimaron análisis factoriales confirmatorios para indicadores categóricos.

En todos estos pasos se aseguró que los modelos factoriales finales cumplieran con los estándares adecuados de ajuste¹⁷. Además, se asumió que las estructuras factoriales confirmadas correspondían con constructos latentes, por lo que se calcularon sus respectivos puntajes factoriales. Esto significó su conversión a variables continuas, de tal manera que mayores valores del puntaje indican mayor presencia del constructo.

Segunda etapa: análisis descriptivos, correlacionales y comparativos

Con el objetivo de explorar el comportamiento de la competencia matemática en relación con las variables de interés del estudio, se llevaron a cabo análisis descriptivos, correlacionales y comparativos. En este punto se debe considerar que los análisis realizados dependieron de la naturaleza de los ítems de los cuestionarios.

Por un lado, algunos indicadores correspondían con variables categóricas observables (características del estudiante y de la IE revisadas en el capítulo 3). En este caso, luego de caracterizar a la muestra peruana, se analizó de qué manera estas variables se asociaban con el logro matemático. Asimismo, se buscó comparar si estas potenciales desigualdades se presentaban de manera distinta según el género del estudiante y la gestión de la IE, para identificar las brechas en la competencia matemática.

Por otro lado, algunos ítems categóricos correspondían con variables latentes, tal como se mencionó en la etapa anterior (características del estudiante revisadas en los capítulos 4 y 5). Aquí los puntajes factoriales primero fueron estandarizados para asegurar la comparabilidad entre las variables y facilitar su interpretación. Luego, se analizó la distribución de estos constructos según el género del estudiante y la gestión de la IE.

17 Los índices de bondad de ajuste utilizados y los criterios para evaluarlos fueron: "Root Mean Square Error of Approximation" (RMSEA $\leq 0,05$); "Comparative Fit Index" (CFI $\geq 0,95$); y "Tucker-Lewis Index" (TLI $\geq 0,95$).

Tercera etapa: modelos multinivel

Para profundizar en las relaciones entre las variables de interés y la competencia matemática se utilizaron modelos multinivel de dos niveles. El primer nivel corresponde al estudiante, mientras que el segundo corresponde a la IE. Los distintos análisis multinivel realizados incorporaron las variables abordadas en los capítulos 3, 4 y 5 de este informe. Los resultados presentados en el capítulo 6 de este informe incluyen los modelos multinivel básicos, parciales y finales confirmados usando datos imputados¹⁸. Cabe señalar que los patrones entre los resultados usando los datos no imputados y los datos imputados fueron muy similares; asimismo que en el proceso de integración de todos los modelos las variables que no fueron estadísticamente significativas fueron excluidas en los análisis subsecuentes; y además que se aseguró que los modelos cumplieran con los estándares de ajuste apropiados¹⁹. A continuación se describe la secuencia analítica de esta etapa.

Modelos multinivel básicos: Se estimaron dos modelos multinivel iniciales según los cuales se construyeron los modelos más complejos, descritos luego. El primer modelo base fue el incondicional (también llamado “modelo nulo”), donde se observó la descomposición de la varianza entre escuelas y dentro de escuelas, sin incluir ningún predictor. El segundo modelo base incluyó variables individuales (género, lengua materna, atraso escolar, educación inicial, estructura familiar y riqueza en el hogar) y escolares (gestión de la IE, tamaño de la IE, proporción de mujeres en la IE, computadoras con internet y autonomía para la asignación de recursos), a modo de variables de control. Sobre este último modelo base se construyeron los modelos más complejos.

Modelos multinivel parciales: Se estimaron tres modelos multinivel que evaluaron los efectos de las diferentes variables de interés cuya estructura factorial se confirmó sobre el rendimiento en matemática. Es importante señalar que estos modelos integraron variables pertenecientes a distintas dimensiones conceptuales, definidas a lo largo de este informe, por razones conceptuales y metodológicas²⁰. Los modelos generados fueron los siguientes:

- Modelo multinivel de creencias sobre sí mismo: en función del modelo multinivel base (variables de control individual y escolar), se integraron los siguientes factores de creencias sobre sí mismo: ansiedad hacia la matemática, autoconcepto, autoeficacia, participación en actividades matemáticas y normas amigas.

18 No todos los estudiantes y directores respondieron completamente a las preguntas en los cuestionarios, lo que generó ausencia de datos en algunas de las variables utilizadas en los análisis del estudio. Para afrontar esta situación se decidió realizar una imputación múltiple bajo el supuesto de datos ausentes por procesos aleatorios, respetando el diseño de las formas rotadas. En otras palabras, los datos ausentes generados por el diseño del estudio no fueron imputados. Por ejemplo, para los estudiantes que respondieron la forma A del cuestionario solamente se imputaron valores para los ítems medidos en esta forma y no se imputaron casos para los valores medidos solo en las otras dos formas B y C.

La imputación múltiple se realizó considerando todo el conjunto de variables incluidas por PISA, teniendo como ventaja la generación de estimaciones más confiables comparadas con otras técnicas de imputación. Como resultado de la imputación múltiple, los análisis que involucran las variables de la parte común del cuestionario cuentan con 6 035 casos; en los análisis de variables de las otras partes del cuestionario, se tuvo como máximo alrededor de 4000 casos, dependiendo de cada sección; finalmente, en algunos de los análisis que integran diferentes secciones de los cuestionarios se empleó como máximo alrededor de 2 000 casos.

Para detalles teóricos sobre imputación múltiple leer Rubin (1987) y para detalles técnicos sobre este procedimiento referirse directamente a la página web de SRCware (<http://www.isr.umich.edu/src/smp/live/>).

19 En todos estos modelos los índices de bondad de ajuste fueron excelentes (RMSEA = 0,00, TLI = 1,00, CFI = 1,00, SRMR nivel estudiante = 0,00 y SRMR nivel escuela = 0,00), sugiriendo que los datos soportan parcialmente la especificación de los modelos. Nótese que para evaluar la bondad de ajuste de los modelos multinivel, además de los precisados en la primera etapa, se estimó también el “Standardized Root Mean Square Residual” (SRMR \leq 0,05) para cada uno de los niveles.

20 La razón conceptual fue que se optó por un enfoque jerárquico usando modelos multinivel anidados. La razón metodológica se relaciona con la estructura de la base de datos del estudiante, debido a que PISA decidió utilizar formas rotadas para recolectar gran parte de la información vinculada con los factores. El uso de las formas rotadas presentó una limitación en la cantidad de variables que pueden ser integradas dentro de un modelo único. Por ejemplo, algunas de las variables relacionadas con la disposición del estudiante hacia la matemática no pueden ser integradas a la vez con las variables de cobertura curricular y facilitadores del aprendizaje en la enseñanza de la matemática, pues el cruce de todas estas variables no arroja casos válidos.

- Modelo multinivel de disposición hacia la matemática y creencias sobre sí mismo: en función del modelo multinivel base (variables de control individual y escolar), se integraron los siguientes factores de disposición hacia la matemática y creencias sobre sí mismo: motivación intrínseca, apertura a la resolución de problemas, atribución al fracaso, autoeficacia, participación en actividades matemáticas y normas amigos.
- Modelo multinivel de cobertura curricular y facilitadores del aprendizaje: en función del modelo multinivel base (variables de control individual y escolar), se integraron los siguientes factores de cobertura curricular y facilitadores del aprendizaje: experiencia con tareas matemáticas formales, familiaridad con conceptos matemáticos, experiencia con problemas matemáticos aplicados, experiencia con problemas matemáticos formales, experiencia con problemas matemáticos de texto, orientación general en la enseñanza de la matemática y manejo de clase.

Modelo multinivel final: Debido a la limitación del uso de formas rotadas en los cuestionarios de PISA, se estimó un modelo final integrando solo las variables de cobertura curricular y de facilitadores del aprendizaje (modelo parcial “a”) con algunas de las variables de creencias sobre sí mismo (modelo parcial “b”). En función del modelo multinivel base (variables de control individual y escolar), el modelo final contiene los siguientes factores: experiencia con tareas matemáticas formales, familiaridad con conceptos matemáticos, experiencia con problemas matemáticos aplicados, experiencia con problemas matemáticos formales, experiencia con problemas matemáticos de texto, orientación general en la enseñanza de la matemática y manejo de clase, ansiedad hacia la matemática y autoconcepto.

Cuarta etapa: modelo multinivel de moderación y mediación para la brecha de género

Finalmente, se estimaron modelos multinivel de moderación y mediación para profundizar en la comprensión de las brechas de género en la competencia matemática. Los análisis de moderación y mediación se generaron basados en los modelos parciales y en el modelo final descritos en la etapa anterior.

No se encontró evidencia empírica que sugiriera la moderación del efecto de género en función de las variables individuales presentes en todos los modelos integrados. Los análisis multinivel también sugirieron que el efecto de género no varía entre escuelas, por lo que las interacciones multinivel entre género y las características escolares no fueron estimadas.

Por ello, para estimar el efecto diferenciado de género en la competencia matemática, se realizaron análisis de mediación en los mismos modelos donde se exploró la moderación del efecto de dicha variable. En función de estos análisis se generaron dos modelos de mediación presentados en el capítulo 6 de este informe.

Anexo C. Informe técnico de los factores utilizados en el estudio

En este anexo se presenta tablas que contienen información descriptiva y psicométrica de los factores utilizados en los capítulos 4 (disposiciones hacia la matemática, creencias, participación e involucramiento) y 5 (oportunidades de aprendizaje). La información descriptiva corresponde a las frecuencias de respuesta, de acuerdo con la escala usada, para cada ítem que formó parte del factor. La información psicométrica para constructos latentes corresponde a las cargas factoriales y los índices de ajuste resultantes de la existencia de factores latentes; asimismo, se calcularon los puntajes factoriales de tal manera que mayores puntajes factoriales representan mayores niveles del factor latente. Solo para una variable, exposición a problemas matemáticos, se realizaron análisis de componentes principales para datos categóricos.

Variables de disposiciones hacia la matemática

Motivación intrínseca

Tabla C1. Tasas de respuesta y cargas factoriales de los ítems de la escala de motivación intrínseca

Ítem	Totalmente en desacuerdo	En desacuerdo	De acuerdo	Totalmente de acuerdo	Carga factorial ^{a/b}
ST29Q01: Disfruto leer sobre Matemática.	-	28,4	56,0	15,6	0,821
ST29Q03: Espero con ansias mis clases de Matemática.	5,4	28,8	48,6	17,1	0,875
ST29Q04: Practico Matemática porque disfruto al hacerlo.	-	37,7	47,2	15,2	0,904
ST29Q06: Me interesan los temas que aprendo en Matemática.	-	14,9	58,2	26,9	0,799

^a Todas las cargas factoriales fueron significativas al nivel de 0,001.

^b Índices de ajuste del factor: CFI = 1,000; TLI = 1,000; RMSEA= 0,001, 90 % IC = [0,000 – 0,018]

Fuente: OECD Base de datos PISA 2012.

Elaboración propia.

Apertura a la resolución de problemas

Tabla C2. Tasas de respuesta y cargas factoriales de los ítems de la escala de apertura a la resolución de problemas

Ítem	Nada parecido a mí	No muy parecido a mí	Ligeramente parecido a mí	Parecido a mí	Muy parecido a mí	Carga factorial ^{a/b}
ST94Q05: Puedo manejar mucha información.	-	11,0	31,1	40,2	17,7	0,674
ST94Q06: Soy rápido para entender las cosas.	-	10,0	29,1	39,4	21,5	0,755
ST94Q09: Busco explicaciones de las cosas.	-	6,2	22,8	42,8	28,1	0,602
ST94Q10: Puedo conectar hechos fácilmente.	-	12,6	30,3	38,8	18,4	0,698
ST94Q14: Me gusta resolver problemas complejos.	5,6	16,2	29,6	30,8	17,8	0,458

^a Todas las cargas factoriales fueron significativas al nivel de 0,001.

^b Índices de ajuste del factor: CFI = 0,999; TLI = 0,997; RMSEA= 0,026; 90 % IC = [0,012 – 0,041]

Fuente: OECD Base de datos PISA 2012.

Elaboración propia.

Atribución al fracaso

Tabla C3. Tasas de respuesta y cargas factoriales de los ítems de la escala de atribución al fracaso

Ítem	Nada probable	Poco probable	Probable	Muy probable	Carga factorial ^{a/b}
ST44Q01: No soy muy bueno resolviendo problemas matemáticos.	6,1	33,8	47,9	12,2	0,599
ST44Q04: Esta semana, me equivoqué al adivinar las respuestas en mi prueba de Matemática.	24,0	34,8	30,2	11,0	0,547
ST44Q05: A veces, hay temas de Matemática que son muy difíciles.	-	19,8	48,8	31,3	0,607

^a Todas las cargas factoriales fueron significativas al nivel de 0,001.

^b Índices de ajuste del factor: CFI = 1,000; TLI = 1,000; RMSEA= 0,000; 90 % IC = [0,000 – 0,000].

Fuente: OECD Base de datos PISA 2012.

Elaboración propia.

Perseverancia frente a tareas matemáticas

Tabla C4. Tasas de respuesta y cargas factoriales de los ítems de la escala de perseverancia

Ítem	Nada parecido a mí	No muy parecido a mí	Ligeramente parecido a mí	Parecido a mí	Muy parecido a mí	Carga factorial ^{a/b}
ST93Q04: Permanezco interesado en las tareas que empiezo.	-	9,8	25,8	38,9	25,5	0,697
ST93Q06: Continúo trabajando en mis tareas hasta que todo esté perfecto.	-	11,7	25,2	35,4	27,7	0,844
ST93Q07: Cuando enfrento un problema hago más de lo que se espera de mí.	-	12,8	24,6	36,4	26,2	0,636

^a Todas las cargas factoriales fueron significativas al nivel de 0,001.

^b Índices de ajuste del factor: CFI = 1,000; TLI = 1,000; RMSEA = 0,000; 90 % IC = [0,000 – 0,000].

Fuente: OECD Base de datos PISA 2012.

Elaboración propia.

Variables de creencias y participación

Ansiedad hacia la matemática

Tabla C5. Tasas de respuesta y cargas factoriales de los ítems de la escala de ansiedad hacia la matemática

Ítem	Totalmente en desacuerdo	En desacuerdo	De acuerdo	Totalmente de acuerdo	Carga factorial ^{a/b}
ST42Q01: Con frecuencia me preocupa que la clase de Matemática vaya a ser difícil para mí.	-	27,2	53,1	19,8	0,500
ST42Q03: Me pongo muy tenso cuando tengo que hacer mi tarea de Matemática.	12,4	42,4	35,4	9,8	0,785
ST42Q05: Me pongo muy nervioso al resolver problemas matemáticos.	10,3	43,2	37,1	9,4	0,812
ST42Q08: Me siento incapaz cuando tengo que resolver un problema matemático.	14,3	50,6	28,3	6,9	0,617

^a Todas las cargas factoriales fueron significativas al nivel de 0,001.

^b Índices de ajuste del factor: CFI = 0,999; TLI = 0,997; RMSEA = 0,034; 90 % IC = [0,011 – 0,065]

Fuente: OECD Base de datos PISA 2012.

Elaboración propia.

Autoeficacia matemática

Tabla C6. Tasas de respuesta y cargas factoriales de los ítems de la escala de autoeficacia en matemática

Ítem	Muy inseguro	No muy seguro	Seguro	Muy seguro	Carga factorial ^{a/b}
ST37Q01: Usar los horarios de los buses interprovinciales, para calcular cuánto te demorarías en llegar de un lugar a otro.	29,7	49,7	21,0	-	0,588
ST37Q02: Calcular cuánto ahorras al comprar un televisor que tiene el 30% de descuento.	22,2	52,4	25,0	-	0,680
ST37Q03: Calcular cuántos m ² de losetas se necesitarían para cubrir un piso.	33,3	44,5	22,0	-	0,745
ST37Q04: Entender los gráficos que se publican en los periódicos.	19,5	52,4	28,0	2,5	0,602
ST37Q05: Resolver una ecuación como $3x + 5 = 17$.	11,2	39,6	49,0	-	0,530
ST37Q06: Encontrar la distancia entre dos lugares representados en un mapa, en una escala de 1:10 000.	44,4	35,9	13,0	6,3	0,650
ST37Q07: Resolver una ecuación como $2(x + 3) = (x + 3)(x - 3)$.	15,6	43,8	41,0	-	0,550
ST37Q08: Calcular el consumo de gasolina por kilómetro de un carro.	34,4	41,3	19,0	5,8	0,644

^a Todas las cargas factoriales fueron significativas al nivel de 0,001.

^b Índices de ajuste del factor: CFI = 0,997, TLI = 0,992, RMSEA = 0,061: 90 % IC = [0,047 - 0,075].

Fuente: OECD Base de datos PISA 2012.

Elaboración propia.

Autoconcepto matemático

Tabla C7. Tasas de respuesta y cargas factoriales de los ítems de la escala de autoconcepto matemático

Ítem	Totalmente en desacuerdo	En desacuerdo	De acuerdo	Totalmente de acuerdo	Carga factorial ^{a/b}
ST42Q02: No soy bueno en Matemática.	13,2	38,2	38,0	10,6	0,500
ST42Q04: Tengo buenas notas en Matemática.	14,4	51,8	33,9	-	0,779
ST42Q06: Aprendo matemática rápidamente.	14,3	42,6	37,8	5,3	0,854
ST42Q07: Siempre he creído que Matemática es uno de mis mejores cursos.	15,7	33,2	39,0	12,2	0,785
ST42Q09: En mi clase de Matemática entiendo hasta las tareas más difíciles.	9,0	33,4	47,7	9,9	0,710

^a Todas las cargas factoriales fueron significativas al nivel de 0,001.

^b Índices de ajuste del factor: CFI = 0,989; TLI = 0,983; RMSEA = 0,052; 90 % IC = [0,046 – 0,059].

Fuente: OECD Base de datos PISA 2012.

Elaboración propia.

Normas amigos

Tabla C8. Tasas de respuesta y cargas factoriales de los ítems de la escala de normas amigos

Ítem	Totalmente en desacuerdo	En desacuerdo	De acuerdo	Totalmente de acuerdo	Carga factorial ^{a/b}
ST35Q01: A la mayoría de mis amigos le va bien en Matemática.	-	34,2	51,9	13,9	0,780
ST35Q02: La mayoría de mis amigos se esfuerza mucho en el curso de Matemática.	-	29,5	53,4	17,1	0,808
ST35Q03: A mis amigos les gusta rendir las pruebas de Matemática.	-	41,5	44,9	13,6	0,778

^a Todas las cargas factoriales fueron significativas al nivel de 0,001.

^b Índices de ajuste del factor: CFI = 0,997; TLI = 0,994; RMSEA = 0,035; 90 % IC = [0,025 – 0,046].

Fuente: OECD Base de datos PISA 2012.

Elaboración propia.

Participación en actividades matemáticas

Tabla C9. Tasas de respuesta y cargas factoriales de los ítems de la escala de participación

Ítem	Nunca o rara vez	Algunas veces	Con frecuencia	Siempre o casi siempre	Carga factorial ^{a/b}
ST49Q01: Converso sobre problemas matemáticos con mis amigos.	12,2	53,6	21,8	12,4	0,592
ST49Q02: Ayudo a mis amigos con la Matemática.	16,7	52,5	20,9	9,9	0,685
ST49Q03: Llevo Matemática como una actividad extracurricular (fuera del horario de clases).	36,3	39,9	16,0	7,7	0,763
ST49Q04: Participo en competencias de Matemática.	48,5	33,2	10,9	7,3	0,713
ST49Q05: Fuera del colegio, practico Matemática más de 2 horas.	37,5	42,7	13,0	6,8	0,771
ST49Q09: Participo en un club de Matemática.	76,6	14,2	9,2	-	0,726

^a Todas las cargas factoriales fueron significativas al nivel de 0,001.

^b Índices de ajuste del factor: CFI = 0,994, TLI = 0,987, RMSEA = 0,054; 90 % IC = [0,044 – 0,065].

Fuente: OECD Base de datos PISA 2012.

Elaboración propia.

Cobertura curricular

Experiencia con tareas matemáticas

Tabla C10. Tasas de respuesta y cargas factoriales de los ítems de la escala de experiencia con tareas matemáticas

Ítem	Nunca	Rara vez	A veces	Con frecuencia	Carga factorial ^{a/b/c}
Matemática aplicada					
ST61Q01: Usar los horarios de los buses interprovinciales, para calcular cuánto te demorarías en llegar de un lugar a otro.	16,4	17,4	45,4	20,8	0,489
ST61Q02: Calcular cuánto tendrías que pagar adicionalmente por una computadora, luego de incluir los impuestos.	19,8	19,9	39,4	20,9	0,624
ST61Q03: Calcular cuántos m ² de losetas se necesitarían para cubrir un piso.	19,0	19,8	37,6	23,6	0,748
ST61Q04: Entender diferentes tablas científicas que se presenten en un artículo.	15,4	24,0	41,0	19,6	0,659
ST61Q08: Calcular el consumo de energía de un electrodoméstico por semana.	17,5	25,8	36,8	19,9	0,570
ST61Q06: Encontrar la distancia entre dos lugares representados en un mapa, en una escala de 1:10 000.	18,5	26,7	35,9	18,9	0,671

Ítem	Nunca	Rara vez	A veces	Con frecuencia	Carga factorial ^{a/b/c}
Matemática formal					
ST61Q05: Resolver una ecuación como $6x^2 + 5 = 29$.		8,4	28,7	62,9	0,913
ST61Q07: Resolver una ecuación como $2(x + 3) = (x + 3)(x - 3)$.	-	10,5	29,0	60,5	0,933
ST61Q09: Resolver una ecuación como $3x + 5 = 17$.	-	9,0	26,9	64,1	0,914

^a Todas las cargas factoriales fueron significativas al nivel de 0,001.

^b Índices de ajuste del factor: CFI = 0,993, TLI = 0,990, RMSEA = 0,051; 90 % IC = [0,046 – 0,057].

^c Correlación entre factores: $r = 0,43$; $p < 0,001$.

Fuente: OECD Base de datos PISA 2012.

Elaboración propia.

Familiaridad con conceptos matemáticos

Se utilizó el arreglo factorial realizado por PISA, el cual tuvo adecuados parámetros de validez y confiabilidad, puesto que el puntaje factorial obtenido contó con un ajuste para controlar respuestas sobre-estimadas de los estudiantes²¹.

Tabla C11. Tasas de respuesta de los ítems de la escala de familiaridad con conceptos matemáticos^a

Ítem	Nunca	Una o dos veces	Algunas veces	Con frecuencia	Conozco y comprendo el concepto
ST62Q01: Función exponencial	28,1	21,9	20,1	18,1	11,8
ST62Q02: Divisor	3,3	11,8	12,3	27,8	44,9
ST62Q03: Función cuadrática	14,7	17,5	21,1	26,6	20,2
ST62Q04: Números propios	4,8	15,0	16,1	28,5	35,6
ST62Q06: Ecuación lineal (o de primer grado)	6,9	14,0	16,3	27,4	35,3
ST62Q07: Vectores	29,8	15,0	15,1	21,0	19,1
ST62Q08: Números complejos	9,0	19,5	22,8	28,4	20,2
ST62Q09: Números racionales	2,3	10,4	13,0	35,7	38,7
ST62Q10: Radicales (o raíces)	2,4	8,8	10,3	32,1	46,4
ST62Q11: Escala subjuntiva	33,5	21,6	22,3	16,2	6,4
ST62Q12: Polígono	4,9	11,9	15,0	30,5	37,7
ST62Q13: Fracciones declarativas	32,3	22,6	21,9	15,6	7,6
ST62Q15: Figuras congruentes	17,1	16,9	19,5	25,4	21,1
ST62Q16: Coseno	20,7	12,4	12,0	21,5	33,5
ST62Q17: Media aritmética	15,3	17,4	17,8	24,2	25,2
ST62Q19: Probabilidad	19,3	18,2	18,8	22,5	21,2

^a En este caso, las tasas de respuesta no se muestran colapsadas ni se presentan las cargas factoriales porque se tomó el puntaje factorial estandarizado elaborado por PISA.

Fuente: OECD Base de datos PISA 2012.

Elaboración propia.

21 En la escala de familiaridad con conceptos de PISA 2012 se añadieron tres indicadores que referían a nociones matemáticas inexistentes, aunque con un nombre parecido a algunas auténticas (pseudoconceptos). Con su incorporación se buscó identificar si los estudiantes manifestaban de manera sobredimensionada conocer los conceptos matemáticos propuestos; es decir, permitía detectar qué tan honestas habían sido las respuestas de los estudiantes frente a esta escala. El factor de familiaridad con conceptos fue corregido por la OECD según las respuestas de los estudiantes acerca de los pseudoconceptos; por ello, se prefirió utilizar este factor original ajustado para el caso de los estudiantes peruanos. Para mayor información sobre la construcción de este factor, ver el Reporte Técnico de PISA 2012 (Organisation for Economic Co-operation and Development, 2014).

Exposición a problemas matemáticos

Tabla C12. Tasas de respuesta de los ítems y carga de los componentes de la escala de exposición a problemas matemáticos

Ítem	Nunca	Rara vez	A veces	Con frecuencia	Carga al componente ^{a/b}	Varianza explicada
Problemas de matemática aplicada						61,69 %
ST75Q01: ¿Con qué frecuencia has encontrado problemas de este tipo en tus clases de Matemática?	5,2	12,3	42,1	40,4	0,782	
ST75Q02: ¿Con qué frecuencia has encontrado problemas de este tipo en las pruebas que has dado en el colegio?	6,4	16,5	43,5	33,6	0,801	
ST76Q01: ¿Con qué frecuencia has encontrado problemas de este tipo en tus clases de Matemática?	7,6	18,8	45,8	27,9	0,774	
ST76Q02: ¿Con qué frecuencia has encontrado problemas de este tipo en las pruebas que has dado en el colegio?	10,8	24,1	45,0	20,2	0,784	
Problemas de matemática formal^c						43,18 %
ST74Q01: ¿Con qué frecuencia has encontrado problemas de este tipo en tus clases de Matemática?	-	10,7	32,3	57,1	0,422	
ST74Q02: ¿Con qué frecuencia has encontrado problemas de este tipo en las pruebas que has dado en el colegio?	-	15,8	39,1	45,1	0,420	
Problemas de texto						77,73 %
ST73Q01: ¿Con qué frecuencia has encontrado problemas de este tipo en tus clases de Matemática?	-	11,1	40,4	48,5	0,882	
ST73Q02: ¿Con qué frecuencia has encontrado problemas de este tipo en las pruebas que has dado en el colegio?	-	16,3	45,2	38,5	0,882	

^a Todas las cargas factoriales fueron significativas al nivel de 0,001.

^b Correlación entre la exposición a problemas de texto y problemas de matemática aplicada: $r = 0,35$, $p < 0,001$. Correlación entre la exposición a problemas de texto y problemas de matemática formal: $r = 0,34$, $p < 0,001$. Correlación entre la exposición a problemas de matemática aplicada y problemas de matemática formal: $r = 0,23$, $p < 0,001$.

^c Los demás ítems que conforman este factor corresponden a la escala de familiarización con conceptos matemáticos de álgebra y geometría (ver tabla C11), cuyas cargas al componente oscilan entre 0,679 y 0,750.

Fuente: OECD Base de datos PISA 2012.

Elaboración propia.

Facilitadores del aprendizaje

*Compromiso en la enseñanza de la matemática***Tabla C13. Tasas de respuesta y cargas factoriales de los ítems de la escala de compromiso en la enseñanza de la matemática**

Ítem	Nunca o casi nunca	En algunas clases	En la mayoría de clases	En todas las clases	Carga factorial ^{a/b}
ST77Q01: El profesor muestra interés en el aprendizaje de cada uno de los estudiantes.	-	18,2	26,3	55,5	0,760
ST77Q02: El profesor brinda ayuda extra cuando los estudiantes la necesitan.	-	27,4	27,8	44,9	0,743
ST77Q04: El profesor ayuda a los estudiantes con su aprendizaje.	-	17,0	30,5	52,5	0,821
ST77Q05: El profesor continúa explicando hasta que los estudiantes hayan entendido.	-	25,0	26,4	48,6	0,764
ST77Q06: El profesor les da a los estudiantes la oportunidad de expresar sus opiniones.	-	18,1	26,3	55,6	0,704

^a Todas las cargas factoriales fueron significativas al nivel de 0,001.

^b Índices de ajuste del factor: CFI = 0,995; TLI = 0,990; RMSEA = 0,053; 90 % CI = [0,042 – 0,066].

Fuente: OECD Base de datos PISA 2012.

Elaboración propia.

Orientación en la enseñanza de la matemática

El análisis factorial confirmatorio categórico corroboró la existencia de dos dimensiones factoriales: instrucción general y la evaluación formativa²².

Tabla C14. Tasas de respuesta de los ítems de la escala de orientación en la enseñanza de la matemática

Ítem	Nunca o casi nunca	En algunas clases	En la mayoría de clases	En todas las clases	Carga factorial ^{a/b/c}
Instrucción general					
ST79Q01: El profesor establece objetivos claros para nuestro aprendizaje.	-	22,5	33,4	44,1	0,647
ST79Q02: El profesor me pide a mí o a mis compañeros de clase que exponamos nuestros pensamientos o razonamientos con cierto nivel de detalle.	10,6	32,6	29,8	27,0	0,602
ST79Q06: El profesor hace preguntas para verificar si hemos entendido lo que nos ha enseñado.	-	19,6	29,2	51,3	0,721
ST79Q07: El profesor nos hace trabajar en grupos pequeños para que encontremos soluciones conjuntas a un problema o a una tarea.	13,4	34,1	26,6	26,0	0,558
ST79Q08: Al inicio de una clase, el profesor presenta un breve resumen de la clase anterior.	14,3	36,6	22,4	26,6	0,661
ST79Q15: El profesor nos dice lo que tenemos que aprender.	-	22,9	32,3	30,9	0,661
Evaluación formativa					
ST79Q05: El profesor me dice qué tan bien me está yendo en las clases de Matemática.	17,0	42,9	22,0	18,1	0,610
ST79Q11: El profesor me da una retroalimentación acerca de mis fortalezas y debilidades en Matemática.	26,0	43,1	18,5	12,4	0,637
ST79Q12: El profesor nos explica qué es lo que se espera de nosotros cuando desarrollamos un examen, una prueba o una tarea.	7,8	28,9	32,3	30,9	0,690
ST79Q17: El profesor me dice lo que necesito hacer para mejorar en Matemática.	8,2	26,7	29,9	35,3	0,728

^a Todas las cargas factoriales fueron significativas al nivel de 0,001.

^b Índices de ajuste del factor: CFI = 0,974; TLI = 0,966; RMSEA = 0,060; 90 % CI = [0,055 – 0,064].

^c Correlación entre factores: $r = 0,81$, $p < 0,001$.

Fuente: OECD Base de datos PISA 2012.

Elaboración propia.

²² Puesto que PISA planteaba un modelo teórico de tres factores, el cual no se llegó a confirmar con una adecuada bondad de ajuste, se realizó un análisis factorial exploratorio. Se encontró que los ítems que reflejaban el constructo tendían a agruparse en dos factores, con índices de ajuste apropiados (CFI = 0,984, TLI = 0,972, RMSEA = 0,053; 90 % IC = [0,045 – 0,060]). Fue este arreglo final el que se procedió a confirmar.

Clima disciplinar

Tabla C15. Tasas de respuesta y cargas factoriales de los ítems de la escala de clima disciplinar

Ítem	Nunca o casi nunca	En algunas clases	En la mayoría de clases	En todas las clases	Carga factorial ^{a/b}
ST81Q01: Los estudiantes no escuchan lo que el profesor dice.	14,3	59,1	17,6	9,0	0,721
ST81Q02: Hay bulla y desorden.	22,1	54,3	15,3	8,3	0,789
ST81Q03: El profesor tiene que esperar un largo rato para que los estudiantes se calmen.	41,4	40,0	12,2	6,4	0,741
ST81Q04: Los estudiantes no pueden hacer bien su trabajo.	21,0	59,3	14,5	5,2	0,578
ST81Q05: Los estudiantes no empiezan a trabajar sino hasta mucho tiempo después de haber comenzado la clase.	30,0	43,5	17,3	9,3	0,646

^a Todas las cargas factoriales fueron significativas al nivel de 0,001.

^b Índices de ajuste del factor: CFI = 0,994, TLI = 0,986, RMSEA = 0,053; 90 % CI = [0,042 – 0,066].

Fuente: OECD Base de datos PISA 2012.

Elaboración propia.

Manejo de clase

Tabla C16. Tasas de respuesta y cargas factoriales de los ítems de la escala de manejo de clases

Ítem	Totalmente en desacuerdo	En desacuerdo	De acuerdo	Totalmente de acuerdo	Carga factorial ^{a/b}
ST85Q01: Mi profesor logra que los estudiantes lo escuchen.	-	7,9	53,2	38,9	0,839
ST85Q02: Mi profesor mantiene la clase en orden.	-	13,1	53,2	33,7	0,873
ST85Q03: Mi profesor comienza las clases a tiempo.	-	15,2	48,8	35,9	0,669
ST85Q04: El profesor tiene que esperar un buen rato para que los estudiantes se calmen.	19,1	41,7	30,0	9,2	0,208

^a Todas las cargas factoriales fueron significativas al nivel de 0,001.

^b Índices de ajuste del factor: CFI = 0,999; TLI = 0,997; RMSEA = 0,030; 90 % CI = [0,012 – 0,052].

Fuente: OECD Base de datos PISA 2012.

Elaboración propia.

Apoyo del docente

Tabla C17. Tasas de respuesta y cargas factoriales de los ítems de la escala de apoyo del docente

Ítem	Totalmente en desacuerdo	En desacuerdo	De acuerdo	Totalmente de acuerdo	Carga factorial ^{a/b}
ST83Q01: Mi profesor nos deja claro que necesitamos trabajar duro.	-	11,0	55,0	33,9	0,550
ST83Q02: Mi profesor nos brinda ayuda extra cuando es necesario.	-	12,8	52,0	35,2	0,748
ST83Q03: Mi profesor ayuda a los estudiantes en su proceso de aprendizaje.	-	7,9	53,9	38,2	0,845
ST83Q04: Mi profesor les da a los estudiantes la oportunidad de expresar sus opiniones.	-	8,9	48,7	42,4	0,759

^a Todas las cargas factoriales fueron significativas al nivel de 0,001.

^b Índices de ajuste del factor: CFI = 1,000; TLI = 1,000; RMSEA = 0,000; 90 % CI = [0,000 – 0,022].

Fuente: OECD Base de datos PISA 2012.

Elaboración propia.

Relación docente-estudiante

Tabla C18. Tasas de respuesta y cargas factoriales de los ítems de la escala de relación docente-estudiante

Ítem	Totalmente en desacuerdo	En desacuerdo	De acuerdo	Totalmente de acuerdo	Carga factorial ^{a/b}
ST86Q01: Los estudiantes se llevan bien con la mayoría de profesores.	-	10,5	55,0	34,6	0,644
ST86Q02: La mayoría de los profesores se interesa por el bienestar de los alumnos.	-	10,4	53,1	36,5	0,754
ST86Q03: La mayoría de mis profesores realmente escucha lo que tengo que decir.	-	13,7	55,1	31,2	0,826
ST86Q04: Si necesito ayuda extra, la recibo de mis profesores.	-	15,4	55,7	28,9	0,754
ST86Q05: La mayoría de los profesores me trata de manera justa.	-	13,5	57,4	29,1	0,721

^a Todas las cargas factoriales fueron significativas al nivel de 0,001.

^b Índices de ajuste del factor: CFI = 0,999; TLI = 0,998; RMSEA = 0,026; 90 % CI = [0,012 – 0,042].

Fuente: OECD Base de datos PISA 2012.

Elaboración propia.

Ministerio de Educación

**Calle Del Comercio 193,
San Borja - Lima, Perú
Telf: (511) 615-5800**

<http://www.minedu.gob.pe/>



PERÚ

Ministerio
de Educación