

FEBRERO 2021 N°18

¿Cuántos cuadraditos caben? Estrategias didácticas para la pedagogía multigrado en matemáticas

Tatiana Mendoza y Elsie Rockwell

Departamento de Investigaciones Educativas, Centro de Investigación y de Estudios
Avanzados, México

Hace algunos años, las autoras recibieron una invitación de las autoridades educativas del estado de Tlaxcala, México, para ofrecer un curso-taller a docentes multigrado con el fin de generar con ellos propuestas de estrategias didácticas multigrado. El proyecto implicó un arduo trabajo conjunto entre cinco especialistas en didáctica de lengua y matemáticas, los facilitadores del curso, y cerca de 200 maestras y maestros con diversos niveles de experiencia y formación. Terminado el curso-taller, las estrategias se publicaron en el libro *Yoltocah*, siguiendo principios de la pedagogía multigrado. Para este artículo, se seleccionó una estrategia de matemáticas para mostrar en detalle la secuencia y los desafíos que se afrontan en su construcción.

Palabras clave

Pedagogía multigrado, estrategias didácticas, matemáticas, currículum

La serie "Aportes para el Diálogo y la Acción" busca aportar al diálogo y a la reflexión sobre temas relevantes para la educación rural, así como apoyar la toma de decisiones.

Fotografía: Valeria Rebolledo.

Grupo de Análisis para el Desarrollo (GRADE)
Av. Grau 915, Lima 4 | Apartado postal 18-0572, Lima 18
Teléfono: 247-9988 | www.grade.org.pe



Proyecto a cargo de:



Financiado por:



La problemática de la pedagogía multigrado

En América Latina, las escuelas unitarias y multigrado han sido una constante, incluso después de que los pedagogos de finales del siglo XIX aseguraran que era pedagógicamente preferible el sistema de la escuela organizada por grados, pues permitiría que los docentes puedan avanzar de manera pareja con sus grupos. De esta manera, un porcentaje significativo del total de instituciones educativas latinoamericanas continúa con esta modalidad, especialmente en el medio rural. En México, pese a que hace décadas se predecía su desaparición, hoy cerca de la mitad de las escuelas preescolares y primarias, muchas de ellas en zonas urbanas, tienen grupos multigrado (Rockwell y Garay 2014).

Si bien aún predomina el discurso sobre la naturaleza “antipedagógica” de la modalidad multigrado, muchos han señalado sus ventajas, incluso a pesar de que estas escuelas tienen que operar bajo las estrictas normas curriculares y burocráticas de las escuelas con aulas que agrupan a estudiantes de un solo grado.

Numerosos educadores mexicanos coinciden con la idea de Limber Santos (2011: 80) de que en las aulas multigrado se da de manera natural una “circulación de saberes” entre alumnos de diferentes grados, ocasionando lo que él caracteriza como un “aprendizaje contagiado’ [...] aprendizaje mutuo, aprendizaje en grupo, interacción, cooperación [...] y aprendizaje colaborativo”. Todo ello sugiere que en la didáctica se puede estar confundiendo “dos procesos distintos (el aprendizaje y la enseñanza)” (Santos 2011: 74). Santos lo precisa: “Cualquiera que sea el diseño curricular, implica mecanismos de segmentación en su enumeración, de forma tal que pueda normar la enseñanza y pautar el control institucional y social de los aprendizajes” (Santos 2011: 83). La estructura de cualquier currículum prescrito para las escuelas, así como los materiales y libros correspondientes (por lo menos en México), suelen suponer que una vez que se ha realizado una actividad, todos los alumnos habrán alcanzado el aprendizaje adecuado, lo cual en verdad rara vez ocurre.

La experiencia de diseñar estrategias multigrado con los docentes

La experiencia de producir el libro Yoltocah (Rockwell y Rebolledo, comps., 2017)

coincidió en muchos sentidos con esos planteamientos. El reto que planteó la invitación a colaborar con las autoridades educativas de Tlaxcala fue diseñar un curso-taller de 60 horas para lengua y matemáticas que se ofrecería a todos los docentes de aulas multigrado del estado, desde preescolar hasta telesecundaria (una modalidad rural en la que dos o tres docentes imparten todas las asignaturas de la secundaria). La propuesta fue aceptada, a condición de que participaran junto con las autoras once facilitadores docentes con diferentes perfiles y con experiencia en grupos multigrado del propio estado. Se decidió formar 20 grupos, cada uno con docentes desde el nivel preescolar hasta el de telesecundaria en sus diferentes modalidades (educación especial, bilingüe), de manera de que los grupos fueran en sí mismos también “multigrado”. La mayoría de los docentes que participaron en el curso (aproximadamente 200, con pocos de telesecundaria) valoraban el trabajo colaborativo horizontal que se da entre sus alumnos. Mencionaron otras ventajas de la labor en escuelas rurales pequeñas, pese a que normalmente les genera una mayor carga administrativa, fuera del complejo trabajo docente con varios grados.

Los facilitadores y las coordinadoras del proyecto, actuando como asesores, hallaron algunos principios que consideraron podrían facilitar la tarea. Para empezar, se optó por trabajar un tema común con todo el grupo, aunque esto implicara modificar la secuencia curricular prescrita por los programas oficiales para cada grado. El reto fue encontrar o diseñar una serie de actividades que pudieran desarrollarse en todos los niveles presentes y que fueran además viables tanto en términos de costo como de condiciones materiales para llevarlas a cabo.

Otro criterio fue que pudieran aprovecharse de manera repetida, si así lo desearan tanto docentes como alumnos, para consolidar de manera cada vez más autónoma las habilidades y los

aprendizajes significativos de los escolares. Cada grupo trabajó con un tema seleccionado, diez del campo curricular Pensamiento Matemático y otros diez del campo Comunicación y Lenguaje.

En cada grupo, los diversos integrantes propusieron formas de enseñar su tema, inicialmente diferenciando actividades para los diferentes grados o niveles en que estuvieran matriculados sus alumnos. Entre las sesiones presenciales quincenales, cada grupo probaba las actividades sugeridas en sus aulas y regresaba con resultados, con materiales elaborados por los niños y niñas, con fotos y opiniones. Algunos escogían actividades propuestas por docentes para un nivel distinto al suyo y las adaptaban a sus grupos. En un segundo momento, arribaban como grupo a un acuerdo sobre una actividad que se pudiera “estirar” (término que ellos mismos acuñaron en el proceso), elaborando versiones más sencillas o más complejas de la misma, para trabajar con la heterogeneidad de alumnos en sus grupos multigrado, e incluso, con variaciones, para todos los niveles.

Con el fin de mostrar cómo en el transcurso de las sesiones se fueron encontrando soluciones para crear varias versiones a partir de alguna actividad propuesta por docentes de cualquier nivel, y que

convenciera a los demás del grupo, para este artículo se ha seleccionado el caso de una estrategia de matemáticas.

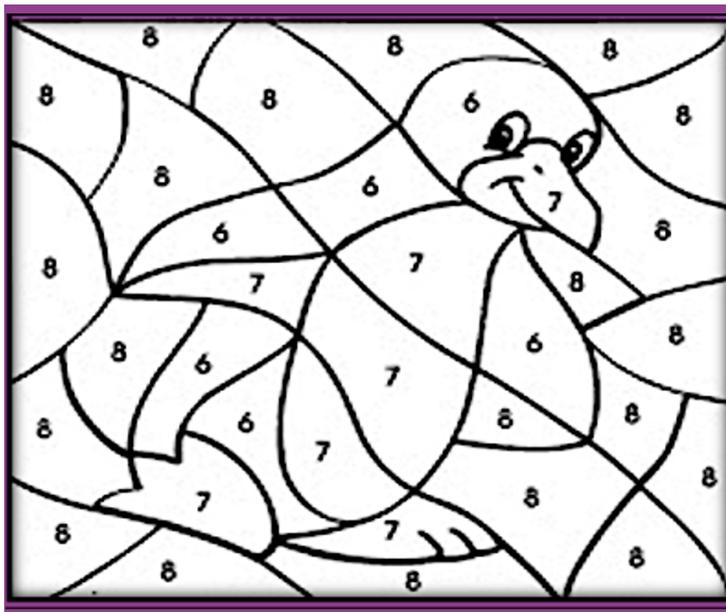
Cuántos cuadraditos: el proceso de diseño de una estrategia

En el primer encuentro con docentes y facilitadores se definieron los temas a desarrollar en las estrategias, uno de los cuales era el área que ocupan ciertas figuras. En lo que sigue, se describe cómo se diseñó esa estrategia en el equipo formado por cerca de diez docentes y la facilitadora Mary Cruz Xochitiotzi Flores, a cargo de ese tema. Las autoras de este texto, Elsie, antropóloga de educación, y Tatiana, asesora en didáctica de matemáticas, circulaban entre los distintos equipos. Para facilitar la comprensión del proceso, en este artículo se ha seguido el orden en el que fueron surgiendo la actividad y sus distintas versiones, y no el orden que muestra la estrategia ya terminada y documentada en el libro Yoltocah.

Los docentes trajeron tanto algunas actividades que ya habían funcionado con sus alumnos como otras que encontraron en materiales impresos. Una maestra propuso el uso de “figuras fondo” (imagen 1): una hoja en blanco segmentada en distintas partes, que los niños y niñas

tienen que colorear según el número indicado para hacer visible un dibujo.

Imagen 1

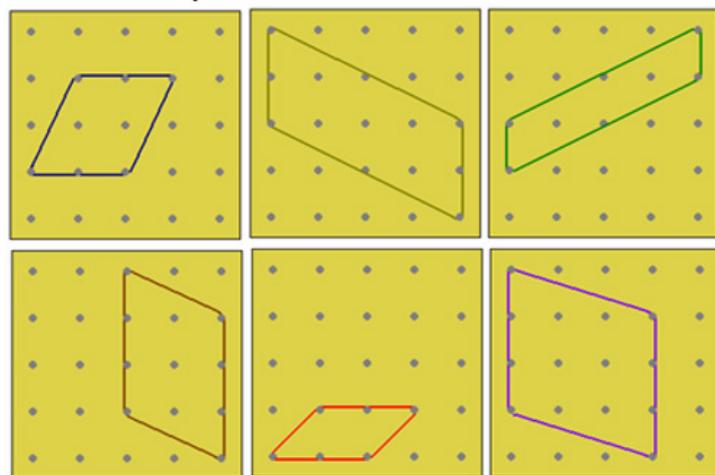


Esta actividad fue bien recibida por los docentes del equipo, quizás porque tenía varias características que interesaba estuvieran presentes en las estrategias: se la usa en muchas aulas, requiere poco material didáctico, y los niños y niñas la disfrutan y pueden trabajar con ella de manera autónoma, lo que permite a los docentes contar con un margen de tiempo para atender los múltiples asuntos que requiere su trabajo. Pero tenía una debilidad: no lleva a aprender nada vinculado al tema de área.

Tatiana intervino para hacer ver esto y, como ejemplo de algo que sí involucra a la superficie, planteó algunos problemas con el geoplano, un material recomendado en diversos textos para docentes. El geoplano es un tablero que tiene pines –generalmente llamados “puntos” por los alumnos– con los que, con ligas, se pueden formar distintas figuras geométricas. Una de las múltiples tareas que se recomienda plantear a los alumnos con este material consiste en encontrar dos romboides que tengan la misma superficie, entre un conjunto de seis (imagen 2). Ese problema, que puede proponerse cuando los alumnos ya tienen experiencia con el conteo de unidades, favorece el difícil tránsito de ese conteo a la transformación de figuras en rectángulos de la misma superficie, donde el área es más fácil de cuantificar.

Imagen 2

Encuentra dos romboides que tengan la misma superficie

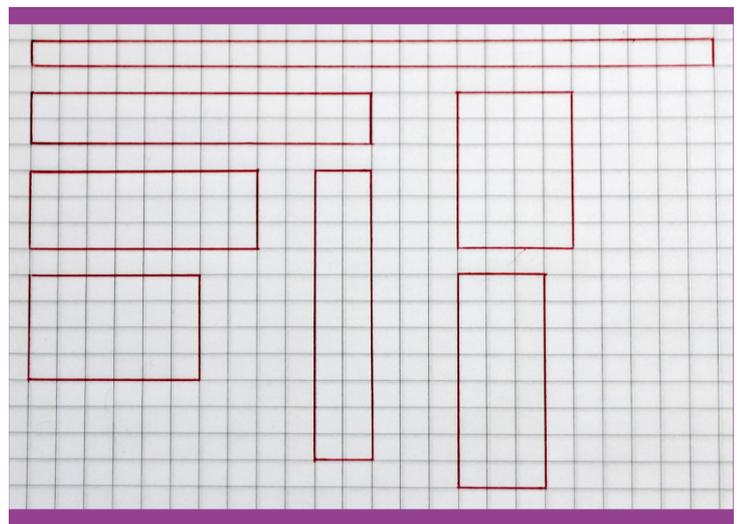


A los maestros y maestras les entusiasmó esta propuesta, pero en una siguiente sesión del taller la descartaron porque no suele haber geoplanos en las escuelas rurales y son difíciles de fabricar por cuenta propia. Casi no se los encuentra en las tiendas y cuando los hay son caros y de mala calidad: los pines son tan gruesos y cortos que las ligas se zafan y las figuras se deforman. En otras palabras, la actividad no sería factible en las aulas donde ellos trabajan.

Nos encontramos entonces frente a una tensión muchas veces difícil de resolver, entre una actividad que sí es viable (la de las "figuras fondo"), pero que no implica el desarrollo del conocimiento matemático en juego, y otra que sí lo implica, pero que no resulta viable. Elsie propuso entonces salvar este dilema a partir de una actividad que había realizado y observado varias veces en aula. Entregó una hoja cuadriculada a cada uno de los docentes, y les pidió dibujar todos los rectángulos posibles que contuvieran 24 cuadraditos (imagen 3). El problema resultó un reto para los propios maestros y maestras, quienes se dedicaron a ver si tenían todos los rectángulos y si habían duplicado alguno al invertir el largo y el ancho. Ellos mismos se preguntaban por qué para algunos números de cuadraditos, por ejemplo 24, hay muchos rectángulos posibles, y para otros, como el 6 o números

primos, hay pocos. Sobre todo les fue difícil imaginar que un rectángulo puede tener un solo cuadradito de ancho. Después probaron encontrar todas las posibilidades con 8, 18, 48 o más cuadraditos.

Imagen 3



Para plantearlo a sus alumnos de primaria, era necesario hacer antes un ejercicio más sencillo: entregarles una hoja cuadriculada en la que se había trazado un rectángulo y preguntarles cuántos cuadraditos contenía (imagen 4).

Imagen 4

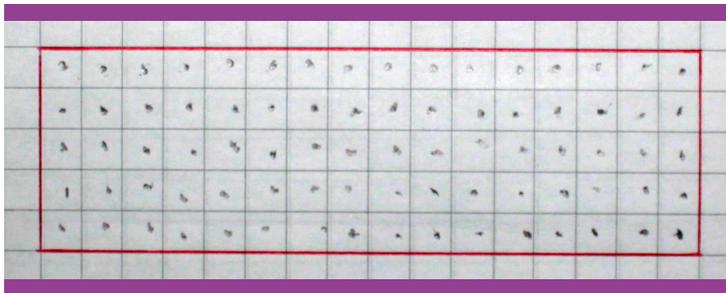
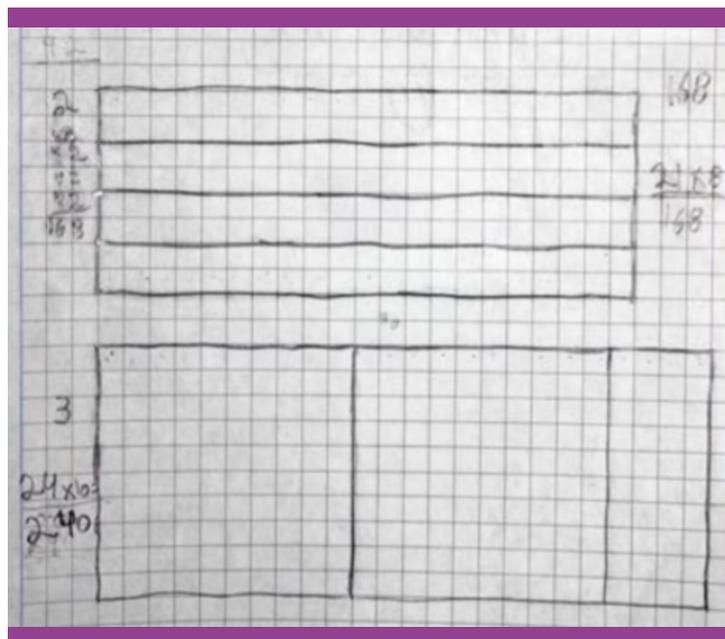


Imagen 5



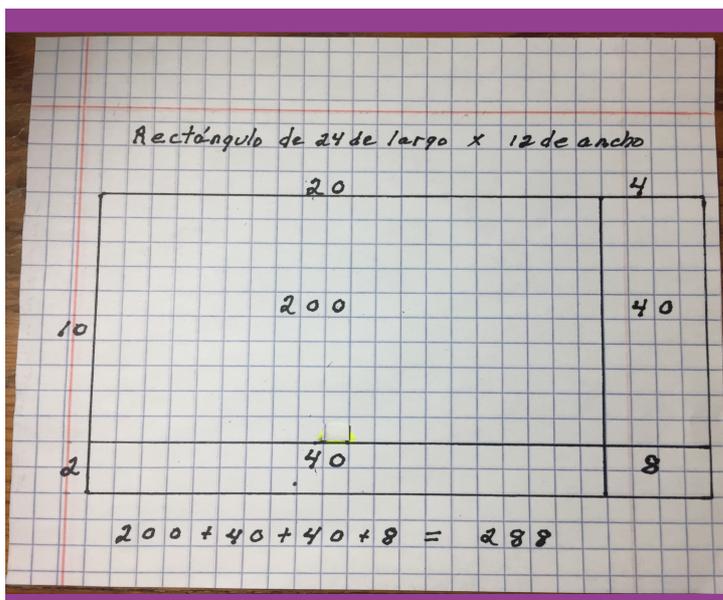
A primera vista, podía parecer una actividad excesivamente simple. Si se planteaba una sola vez, los niños contarían los cuadraditos y después no habría nada más que hacer. No obstante, al llevar la actividad a sus grupos, los maestros encontraron que, al plantear el problema varias veces, los alumnos efectivamente partían del conteo uno a uno, pero que poco a poco, al aumentar las medidas, buscaban maneras más rápidas de resolverlo, como la suma repetida de cuadraditos por hilera (imagen 5), o por agrupaciones de hileras (imagen 6). Estos procedimientos son más fáciles si el ancho es de cinco o diez cuadraditos, porque el conteo de cinco en cinco, o de diez en diez, es más rápido.

Imagen 6



Socializar estas maneras más ágiles de resolver el problema ayudaba a que algunos alumnos que seguían contando las pudieran conocer y adoptar. El último procedimiento que muestra la imagen 6 es más cercano a la multiplicación, porque se va separando el largo del rectángulo de diez en diez. En otras experiencias hemos visto que, con ayuda del docente, y apoyándose en la técnica para multiplicar por diez, o por treinta, es decir, por múltiplos de diez, agregando ceros, se puede llegar a un procedimiento como el que muestra la imagen 7, el cual es muy cercano al algoritmo convencional, y de hecho aparece en algunos textos para alumnos.

Imagen 7



Es decir, no se tiene un solo problema sino una familia de ellos, y no hay una sola manera de resolverlos sino varias, que además abarcan un tránsito importante: el paso del conteo uno a uno a la suma y luego a la multiplicación, que después se traducirá en la fórmula para calcular el área de la figura. Ese tránsito no es menor, pues supone pasar de medir un área con unidades de superficie a medirla a partir de su largo y ancho, es decir, a usar medidas de longitud para obtener un área.

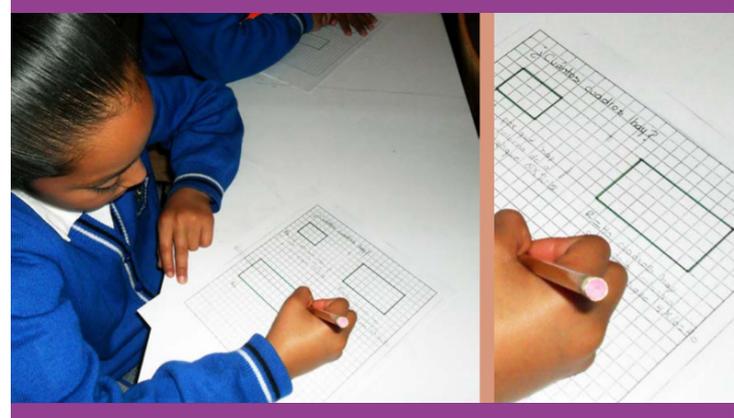
Estas sesiones de clase, además, se preparaban solo trazando rectángulos en hojas cuadrículadas, lo que significa una mínima inversión económica y de tiempo en el material necesario. La consigna "¿Cuántos cuadraditos hay en el rectángulo?" es fácil de plantear y de regular. En otras palabras, se trata de una actividad viable, fácil de desarrollar en cualquier escuela, que se puede repetir muchas veces y que favorece una progresión de aprendizajes relacionados con el área de figuras.

Vale la pena resaltar que esta actividad implica invertir la manera como se suele enseñar matemáticas en la escuela. En lugar de enseñar primero la multiplicación y la fórmula para calcular el área de un rectángulo, con el fin de que luego los alumnos la apliquen en una serie de problemas, se actúa al revés. Los alumnos

abordan los problemas sin conocer la fórmula, y es al aumentar el grado de complejidad, que las maneras de resolverlos van evolucionando hacia algo muy cercano a la multiplicación. En ese momento, el docente puede enseñar el algoritmo a los alumnos, e incluso plantear la fórmula. Esta última se erige como un procedimiento posible entre varios, lo cual significa que si un alumno no la recuerda, no se queda en blanco porque tiene otros recursos. Además, la fórmula cobra sentido como una manera de ahorrar tiempo y esfuerzo.

La experiencia de los maestros y maestras en sus aulas permitió conocer una conjugación de esos dos modos de enseñar la fórmula para el cálculo de áreas. Frente a un rectángulo que medía cuatro de largo por tres de ancho, una alumna contó los cuadraditos uno por uno, y luego buscó dos números que multiplicados dieran doce. Escribió: " $6 \times 2 = 12$ " (imagen 8). Es decir, no usó la multiplicación para resolver el problema, pero sí mostró una multiplicación en su respuesta. Después hizo algo parecido con el siguiente rectángulo, que medía ocho de largo por cinco de ancho. Escribió: " $4 \times 10 = 40$ ".

Imagen 8



Volviendo al diseño de la estrategia, se aprecia que se disponía ya de dos versiones para abordar el tema de cómo medir la superficie con hojas cuadriculadas: a) determinar por conteo o agrupación y suma el área de los rectángulos y b) encontrar todos los rectángulos que contiene un área dada de antemano. Era necesario pensar en otras versiones más sencillas para los primeros grados, que prepararan para el tránsito hacia la multiplicación (fuera de otras más complejas, que permitieran continuar el trabajo).

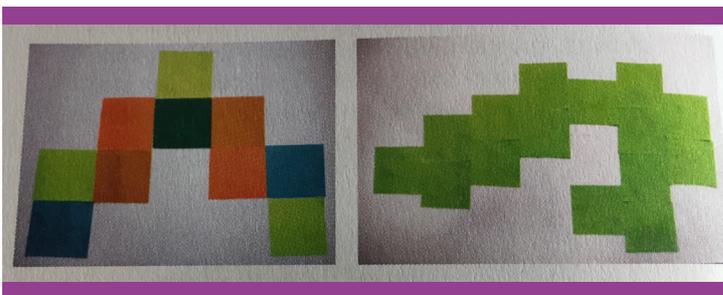
Desde la lógica de los programas curriculares oficiales mexicanos entonces vigentes, no era fácil pensar en esas extensiones. La medición de áreas con unidades recién se prescribía en cuarto grado. Antes no estaba contemplado ningún otro contenido vinculado al área o

Fotografía: Mary Cruz Xochitiotzi.

la superficie. En cambio, en quinto ya se abordaban las fórmulas para calcular el área de un rombo, romboide, triángulo y trapecio, que representan un salto cuántico respecto a las maneras de medir el área de un rectángulo.

Pero, apartándose de esa norma curricular de progresión de saberes, y volviendo a observar qué actividades utilizaban con sus alumnos de los primeros grados los docentes del equipo, se encontró una que engarzaba bien con las dos que ya se tenía. Una maestra solía partir hojas de colores en cuatro rectángulos iguales y entregar a cada alumno la misma cantidad de rectángulos, para que hicieran con ellos un “terreno” de la forma que quisieran, sin encimarlos ni dejar huecos (imagen 9). Así, los alumnos tenían contacto con áreas de figuras que no necesariamente eran rectángulos, lo cual es importante, porque generalmente las fórmulas se priorizan tanto, que solo se calculan áreas de triángulos, trapecios, en fin, de figuras que tienen fórmulas establecidas, como si las otras no tuvieran área.

Imagen 9



Además, comparar los distintos “terrenos” que diseñaban los escolares podía permitirles descubrir que hay figuras con formas distintas que tienen la misma área, algo también muy importante, pues los alumnos suelen asumir que el área de una figura depende de su forma. Finalmente, la actividad tenía la ventaja de sacar las figuras y las áreas de la hoja de cuaderno, lo que sucede muy pocas veces, pues los libros de texto llevan generalmente a trabajar solo con el espacio delimitado por el tamaño del cuaderno. Dado que una maestra había realizado esta actividad con los niños y niñas más pequeños, se decidió que esa sería la versión más sencilla de la misma. Faltaba entonces una segunda actividad intermedia entre esta última y la mencionada sobre el cálculo del área de un rectángulo.

Se encontró en la literatura una actividad que consistía en dar a los alumnos una figura hecha con rectángulos de papel, y pedir que anticiparan cuántos papelitos necesitaban tomar de una caja, que tenía la maestra, para “tapizar” su figura sin que sobraran ni faltaran papelitos. La facilitadora Cindy Martínez probó esta actividad con sus alumnos (imagen 10). El problema obliga a los niños y niñas a contar los papelitos, es decir, aborda el número en un contexto de medición de áreas. Además, tiene otra característica importante: los alumnos pueden saber por

sí solos si lo están haciendo bien, lo cual les da algo de autonomía respecto al docente y les permite ir mejorando el procedimiento.

Imagen 10

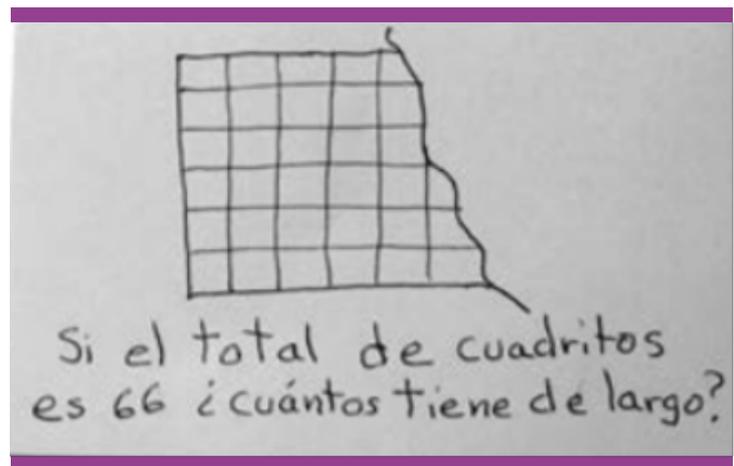


Se tenía entonces una estrategia multigrado completa, conformada por una serie de problemas de medición del área de figuras con unidades, que incorporaba gradualmente algunos aspectos específicos de las nociones de número, multiplicación, múltiplos y divisores. Se incluyó luego en Yoltocah otros problemas más avanzados, como variantes posibles de la estrategia, aun si no surgieron del taller: por ejemplo, tapar una parte de un rectángulo cuadriculado, de manera que solo se vea el ancho, informar sobre el total

Fotografía: Cindy Martínez Carro.

de cuadraditos que componen la figura y pedir que se determine el largo (imagen 11). También se puede dar seis romboides trazados en una hoja cuadriculada y pedir que se encuentren dos que tengan la misma área. Al variar la figura, ya no hay un número entero de cuadraditos, así que es necesario hacer un cambio drástico de estrategia, como recortar y transformar los romboides en rectángulos equivalentes en superficie.

Imagen 11



Así, se pasó de una actividad concreta –a saber, encontrar todos los rectángulos que tienen un área determinada– a una serie de problemas vinculados entre sí, factibles y probados en aula, que tienen que ver con la medición de áreas con unidades, en la que van confluyendo, de manera parcial, algunos aspectos del estudio de las figuras

geométricas, la noción de superficie, el universo de las unidades de medida, la multiplicación y las fórmulas de área, estas últimas relacionadas con el álgebra. Esto significa que esta estrategia se inserta en todo un tejido de saberes matemáticos. Valdría la pena diseñar otras estrategias, engarzadas con esta, para estudiar problemáticas amplias, que permitan analizar familias de nociones con grupos heterogéneos de alumnos.

Un reto esencial frente a la pospandemia

En estos tiempos tan complicados por la prolongada pandemia de la COVID-19, se ha hecho más evidente que ese grupo homogéneo imaginado para la escuela unigrado es, como dice Santos, una “fantasía”, una “ilusión”, y que el prestar “atención a diversificar prácticas” será necesario en cualquier grupo, no solo en los multigrado (Santos 2011: 88).

Por lo tanto, resulta recomendable lo siguiente:

- Rediseñar los planes y programas nacionales radicalmente, partiendo de la realidad multigrado y heterogénea de todos los grupos.
- Aprovechar las experiencias y ventajas forjadas en los proyectos multigrado para rediseñar la normatividad pedagógica.
- Elaborar materiales locales en estrecha coordinación con los docentes que los usarán.
- Dar mayor autonomía a los docentes, para que puedan realmente seguir a sus alumnos, en lugar de solo “cubrir” los programas.

Cuando se retorne a la escuela presencial, habrá estudiantes con emociones, saberes y aprendizajes formales muy diversos. Si en tiempos “normales” era difícil lograr que todos los alumnos avanzaran de manera pareja, lo será aún más en la pospandemia.



Referencias bibliográficas:

Rockwell Elsie, Tatiana Mendoza, Valeria Rebolledo y Esther Tapia (2017). Mediating research and practice: The dilemmas of designing didactic sequences by integrating teacher knowledge and research on teaching. *Revue Française de Pédagogie*, 201: 53-60.

Rockwell, Elsie y Valeria Rebolledo (Editoras) (2016). *Yoltocah. Estrategias didácticas multigrado*. México. (Reimpreso en 2017 por la Secretaría de Educación Pública del Estado de Tlaxcala, para sus maestros). Recuperado de www.yoltocah.mx.

Rockwell, Elsie y Claudia Garay (2014). Las escuelas unitarias en México en perspectiva histórica: un reto aún vigente. *Revista Mexicana de Historia de la Educación*, II (3): 1-24.

Santos, Limber (2011). Aulas multigrado y circulación de los saberes: especificidades didácticas de la escuela rural. *Profesorado*, 15 (2): 71-91.